João Pedro Neto
Jorge Nuno Silva

Jogos Matemáticos
Jogos Abstractos

Os diagramas foram construídos com o programa Cinderella ou através da linguagem Postscript da Adobe a partir de ferramentas gráficas desenvolvidas por Cameron Browne.

Para a minha família
JPN

Para a Ciganita, a Fiona e a Hipácia
JNS

Índice

Chapter 1

O mundo dos jogos

O acto de jogar desde muito cedo acompanhou a civilização. Normalmente, este termo é usado para descrever duas actividades distintas: a brincadeira, desenvolvida a partir de um conjunto de acções sem regras fixas, e o jogo propriamente dito, onde as regras são essenciais na sua definição. Este livro é sobre jogos.

Existem jogos há dezenas de séculos, sendo provavelmente responsáveis pelas primeiras actividades estritamente mentais que o Homem inventou (ou descobriu). Alguns deles contêm noções de matemática recreativa, como os Mancala, cujos tabuleiros se assemelham a ábacos, instrumentos usados na contabilidade antiga para executar operações aritméticas.

Como em tudo o resto, tendemos a classificar os jogos a partir das suas regras. Uma dessas classificações analisa se um jogo: (*a*) possui algum factor de sorte (por exemplo, se utiliza dados); (*b*) tem informação escondida, ou seja, se cada jogador possui informação que o adversário não sabe (por exemplo, o jogo da batalha naval tem informação escondida). Este livro trata de jogos sem (*a*) nem (*b*). É usual chamar a este tipo de jogos (onde se incluem o xadrez e as damas) jogos de informação perfeita, ou jogos abstractos.

Neste livro não pretendemos mostrar (pela milésima vez) as regras do xadrez nem das damas. O nosso objectivo é apresentar um conjunto de jogos (a maioria com menos de dez anos de idade) que consideramos serem bons candidatos a ocupar tempo livre do leitor entre a família e os amigos que pretendem um desafio intelectual satisfatório. Quase todos os jogos contidos neste livro (a maior excepção é o Go, seguido pelo Hex) são relativamente inexplorados, mas a experiência pessoal dos autores descobriu neles uma profundidade estratégica ou táctica que assegura longas horas de prazer lúdico.

Assim, tentámos elaborar um trabalho visualmente atraente, de fácil utilização pelos leitores, que promova a prática lúdica e a análise mais séria de algumas actividades. Sugerimos que, ao tomarem contacto com um jogo, peguem no respectivo tabuleiro e ensaiem as jogadas. Nem sempre as regras, e outros aspectos de um jogo, são facilmente transmissíveis. Os autores estão ao dispor, por exemplo, por *e-mail*, para esclarecerem quaisquer dúvidas.

O livro divide-se nas seguintes partes:

1) Este capítulo, que contém uma breve secção histórica e uma secção que mostra um pouco do cenário actual dos jogos de tabuleiro.

2) Um secção de jogos para dois jogadores, onde se descreve o material necessário, as regras de cada jogo e ainda um conjunto de notas que incluem sugestões tácticas e exemplos de partidas ou posições.

3) Uma secção de jogos analisáveis matematicamente, como é o caso do

Nim e dos jogos em grafos.

4) Uma secção de jogos para três jogadores. Propõe-se um conjunto de bons jogos para ocasiões em que três pessoas pretendem jogar e nenhuma quer ficar de fora enquanto as outras jogam entre si. Quando se juntam mais do que dois jogadores, toda a complexidade social começa a surgir (alianças, diplomacia, ameaças, *bluff*), sendo necessário ter muita atenção na concepção do jogo para que este se mantenha interessante e não se torne apenas um confronto de personalidades (e de discussões extrajogo...).

5) Um glossário, que pretende diminuir a ambiguidade na descrição das várias regras. Aqui podem encontrar explicada a notação que usamos para referir jogadas e casas dos tabuleiros.

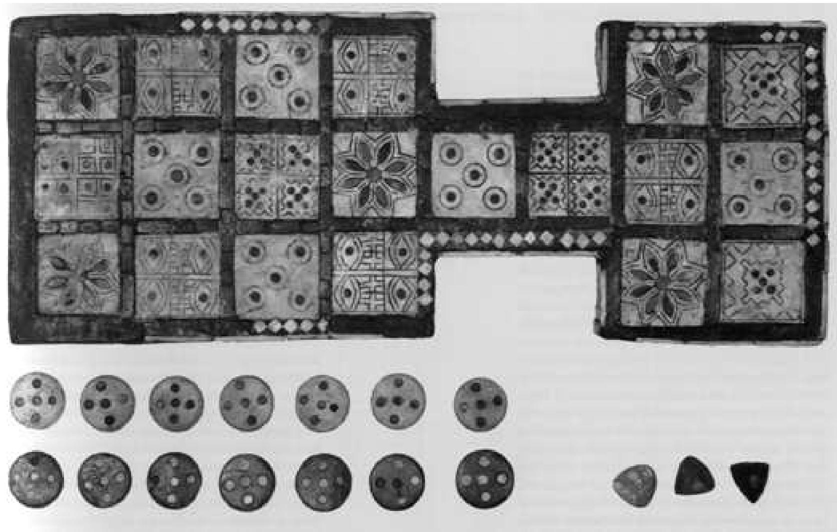
Uma breve viagem histórica

Por jogos matemáticos designam-se, normalmente, *puzzles*, problemas e actividades que vão da simples charada à questão matemática ainda em aberto. A história da matemática mostra que grandes matemáticos de todos os tempos se dedicaram ao que, na altura, se poderia chamar jogos. Assim nasceram alguns ramos da matemática.

As razões profundas que levam a que todas as civilizações desenvolvam jogos são ainda desconhecidas, mas é consensual o seu interesse cultural e educacional.

Neste livro vamos dedicar-nos mais ao que se convencionou chamar *jogos abstractos*, ou jogos de estratégia, também referidos muitas vezes como "jogos matemáticos". Jogam-se maioritariamente num tabuleiro, mas para muitos basta papel e lápis ou pilhas de feijões.

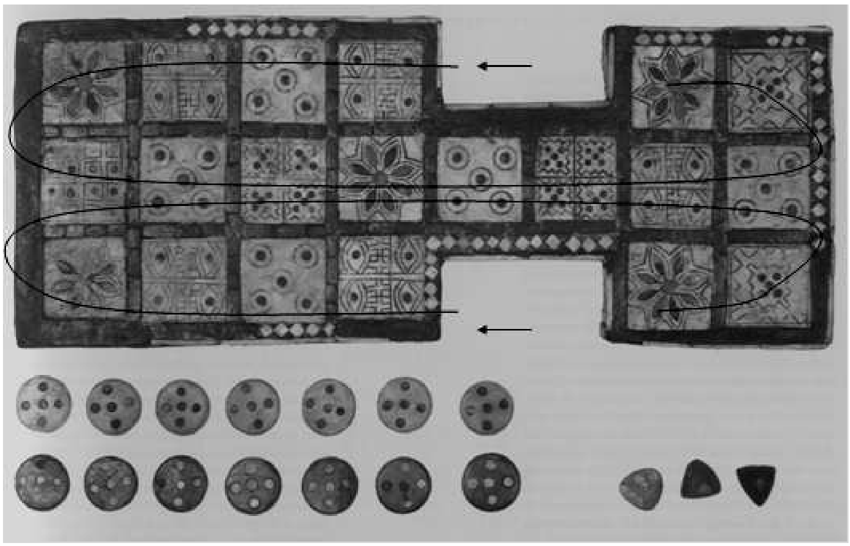
O jogo mais antigo para o qual se conhecem regras é o jogo de *Ur*, que floresceu na Mesopotâmia. Descoberto nos anos 20 do século passado, trata-se de uma corrida entre dois oponentes.



Podem ver-se dois conjuntos de peças, correspondentes aos dois adversários, bem como um conjunto de dados tetraédricos.

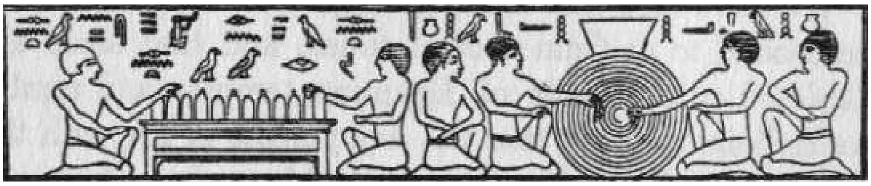
É provável que as peças percorressem caminhos como os indicados em baixo, decidindo-se a extensão de cada movimento pelo lançamento dos dados.

O primeiro a concluir o seu percurso seria o vencedor.



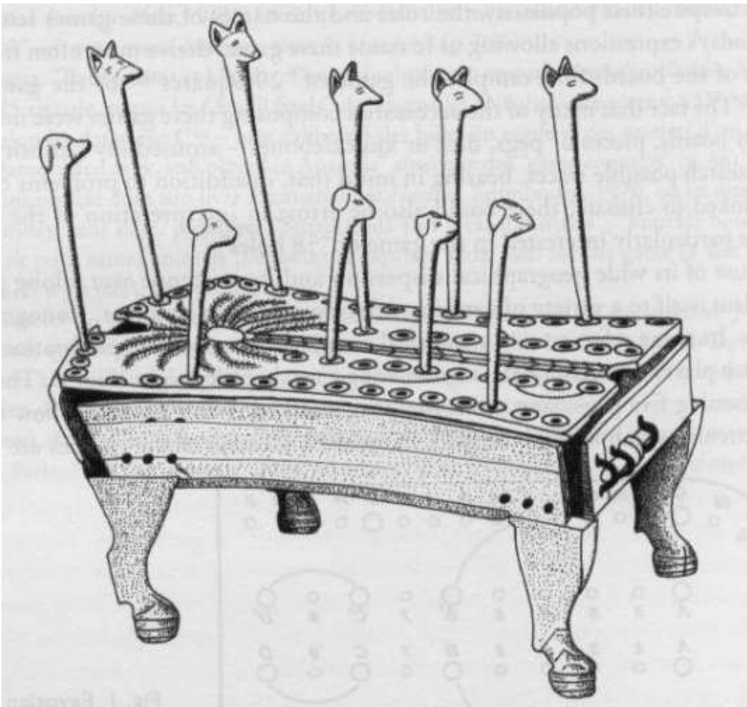
Nos túmulos do Egipto antigo, assim como no seu *Livro dos Mortos*, aparecem referências ao acto de jogar, como se vê neste esquema inspirado numa ilustração do túmulo de Nefertari:

ou nestas representações de várias pessoas no acto de jogar:



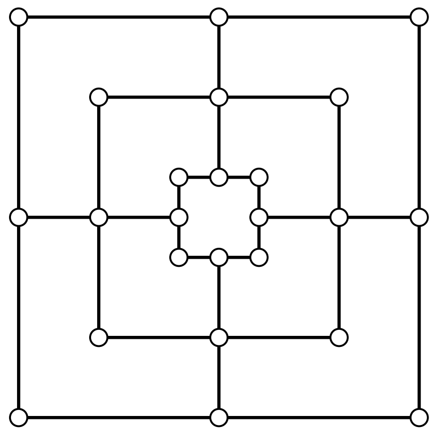
Os dois jogos ilustrados nesta última figura são o *Senet* (à esquerda) e o *Mehen* (à direita, que foi identificado como uma representação do deus dos jogos, o deus serpente). O Senet é uma versão do jogo de Ur, seguindo regras muito semelhantes.

Outro jogo egípcio muito popular, sendo também um jogo de corrida, era o que hoje é referido por "Cães e Chacais":

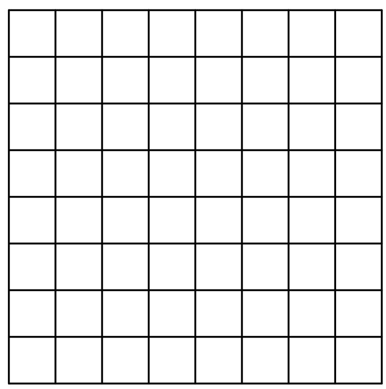


Também aqui há dois percursos quase independentes. Há linhas que ligam pares de casas boas e más, que indicam para onde se deve deslocar uma peça que nelas caia, um elemento dramático adicional semelhante aos que ocorrem no conhecido jogo da glória.

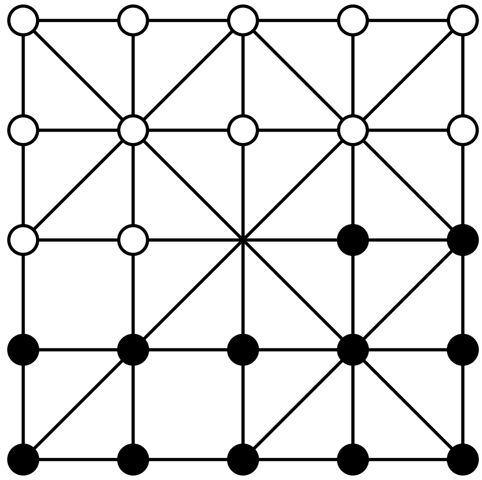
O jogo do moinho (*Nine Men Morris*), antecessor do nosso jogo do galo, é típico de uma família de jogos de alinhamento. Conhecido desde o Egipto antigo, só muito recentemente (1996), e através de uma análise computacional que envolveu o estudo de perto de 10 mil milhões de posições, se revelou empatado se os jogadores forem perfeitos. Praticou-se entre nós durante toda a época medieval.



O *Ludus Latrunculorum*, ou jogo do soldado, foi muito popular entre os soldados romanos. Trata-se de um jogo de estratégia militar em que o tabuleiro funciona como campo de batalha e as peças como soldados, mas não se conhecem as regras originais. Jogava-se num tabuleiro rectangular de dimensões variáveis. Alguns eram marcados nas pedras, e há muitos ainda visíveis nos monumentos romanos.

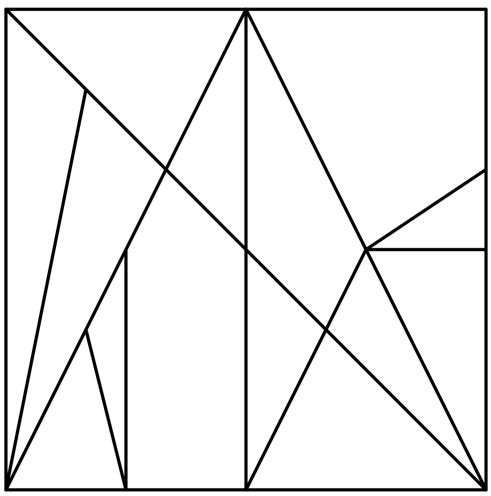


O alquerque, precursor do nosso jogo das damas, é também um dos jogos mais antigos. Os primeiros testemunhos referentes à história deste jogo remontam, tal como no caso do jogo do moinho, ao antigo Egipto.

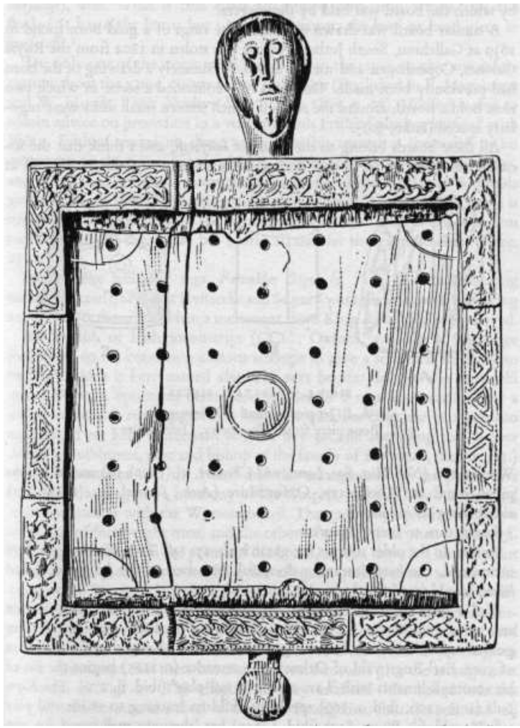


Arquimedes (287-212 a.C.) descreveu um *puzzle* geométrico, o *Stomachion*. Trata-se de um jogo da natureza dos *Tangram* (este também um *puzzle* geométrico chinês muito antigo), composto por catorze figuras planas que podem formar um quadrado.

No *Arenário*, Arquimedes parece ter descrito propriedades combinatórias do Stomachion, mas a respectiva descrição não sobreviveu até nós.

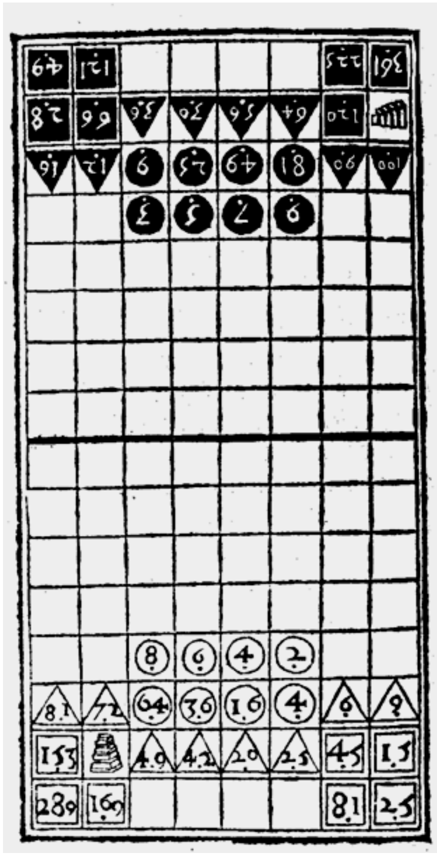


Na Idade Média floresceram muitos jogos de tabuleiro. Da Irlanda do século X sobreviveu o tabuleiro de Fithcheall.



Neste jogo um dos intervenientes ocupava a casa central com o seu rei, que rodeava de peças de menor valia. O adversário dispunha de mais peças, mas de nenhum rei. Para ganhar, este devia capturar o rei inimigo. O jogador com o rei, para ganhar, devia ser capaz de deslocar essa peça até à periferia do tabuleiro. Os movimentos eram todos ortogonais e as capturas eram por custódia (ver glossário, p. 197).

Nesta época foram vários os jogos que as classes cultas cultivaram. Alguns tiveram circulação restrita às universidades, conventos e outros meios onde se compreendiam as regras complicadas dos jogos, que utilizavam muitos conceitos difíceis, como o "Rithmomachia", também conhecido por "Jogo dos Filósofos", que era um jogo de tabuleiro associado ao ensino da *Aritmética* de Boécio.

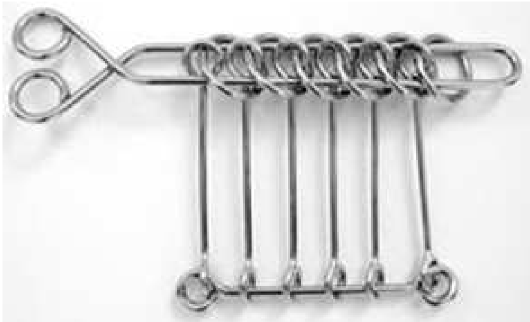


O Rithmomachia era um jogo pedagógico especialmente concebido para apreender bem certas relações numéricas, como as progressões.

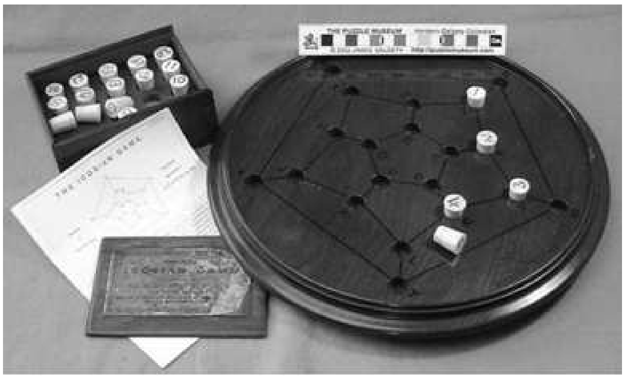
Ao conhecimento da aritmética atribuía-se valor religioso e moral. Assim, o jogo dos filósofos foi componente importante da educação das classes eruditas por algumas centenas de anos.

Os movimentos das peças dependiam das suas formas, as capturas dependiam dos movimentos e dos números das peças. A vitória era conseguida mediante a colocação de peças da própria cor em território inimigo (a outra metade do tabuleiro), realizando os respectivos números um conjunto de progressões. Este jogo será tratado por um dos autores, com mais detalhe, noutro local.

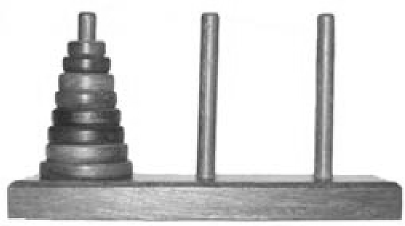
Jerónimo Cardano, grande matemático italiano do século XVI, associado à descoberta da resolução da equação algébrica cúbica por meio de radicais, também se dedicou aos jogos. Para além de ter escrito uma obra sobre o Ludus Latrunculorum, hoje desaparecida, escreveu ainda um livro dedicado aos jogos de azar, o *Ludo Aleae*. A ele se atribui também a criação de um *puzzle* de circulação universal, hoje conhecido por "anéis chineses"[1]:



O matemático irlandês Hamilton, em 1857, inventou um jogo, *Icosian*, que comercializou sem grande sucesso. Contudo, estava relacionado com os *circuitos hamiltonianos*, conceito hoje básico da teoria dos grafos.

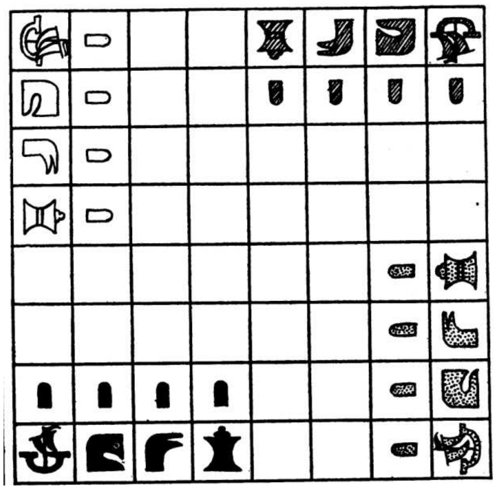


Edouard Lucas, matemático francês, inventeu as *Torres de Hanoi* em 1883. Um *puzzle* ainda hoje muito popular e muito estudado, estando relacionado com diversas áreas da matemática, algumas das quais de criação recente.



[1]Também atribuído ao matemático Luca Pacioli (1445–1517).

O antepassado mais antigo do xadrez parece ser o *Chaturanga*, que se jogava na Índia no século VI.



As respectivas regras evoluíram muito ao longo do tempo. Na Idade Média ainda se lançavam dados para determinar, em cada jogada, o poder das peças. Foi a partir do século XVII que o xadrez se impôs a jogos como o Rithmomachia e se tornou universal (se bem que com dialectos). Hoje é praticado por milhões de pessoas, sendo matéria obrigatória nos sistemas de ensino de alguns países.

Os jogos matemáticos são um tema recorrente da divulgação matemática, e mesmo das novas teorias do seu ensino. Contudo, a componente explícita dos conteúdos curriculares é, muitas vezes, aparente. Nos jogos abstractos, por outro lado, a matemática está toda implícita, no âmago inatingível do pensar.

Hardy, um dos maiores matemáticos do século passado, dizia que a diferença entre um teorema matemático e um problema de xadrez reside somente na relevância de cada um. Nada os distingue, a não ser a importância das respectivas aplicações. Os jogos abstractos e a matemática pura são idênticos...

É nossa opinião que a prática lúdica inteligente eleva o espírito. Talvez o respectivo mecanismo nunca seja conhecido, mas acreditamos na bondade de um bom jogo de tabuleiro.

Os jogos na actualidade

Em muitas actividades científicas e filosóficas, devido à enorme produtividade actual, tem-se a noção de vivermos numa época de ouro. O mesmo se pode dizer do mercado dos jogos. Nunca se inventou tamanha quantidade de jogos de tabuleiro como nos últimos vinte e cinco anos. Apesar do advento dos jogos de computador, continua a produzir-se uma quantidade (e, até certo ponto, qualidade) admirável, especialmente na Alemanha, França e Estados Unidos. É certo que se torna difícil encontrar jogos com o sucesso de um Monopólio ou de um Risco, mas, por exemplo, os Descobridores de Catan (um jogo alemão de 1994) vendeu e continua a vender milhões de exemplares.

Se nos centrarmos na família dos jogos abstractos, o cenário é diferente. Apesar de ainda existir uma produção comercial séria de jogos deste tipo (dois bons exemplos são a empresa Gigamic e a série Gipf, concebida por Kris Burm), este género está mais bem representado na Internet. A Internet permitiu o contacto de milhares de pessoas com interesses em comum, anteriormente dificultado pela distribuição geográfica. Com a criação de fóruns específicos de troca de mensagens, criaram-se locais de partilha de informação e experiências que desencadearam uma grande criatividade. Os jogos abstractos eram particularmente adequados para este novo meio de comunicação; é fácil descrever tanto as regras como a maioria dos tabuleiros numa página de texto. Isto permitiu que, após a descoberta de um jogo novo, este fosse publicitado na Internet e um conjunto de interessados jogassem entre si através de correspondência electrónica (uma reivenção dos jogos postais, onde a mensagem chega em segundos ao destinário, e não em vários dias). Não demorou muito até à invenção de servidores de *e-mail* destinados a jogos de tabuleiro o que veio facilitar ainda mais a gestão dessas partidas electrónicas.

Os jogos abstractos tradicionais mais jogados eram o xadrez (nas suas diversas versões regionais), o Go, os vários Mancala, o alquerque (e as damas) e pouco mais. Durante os séculos XIX e a primeira metade do século XX criaram-se clássicos modernos, como o Othello/Reversi, as damas chinesas, o quatro em linha ou o Renju (basicamente, um cinco em linha com um complexo protocolo de regras iniciais). Agora, em cada década surgem centenas de jogos novos. Embora alguns sejam imitações ou meras mudanças de nomes de jogos mais antigos, ainda assim, existem muitas ideias originais e conceitos novos interessantes.

A própria informática é um campo apropriado para a elaboração e teste de novos jogos. É possível implementar um algoritmo que simule um jogador. Os programas mais conhecidos são de xadrez, com uma qualidade de jogo semelhante à dos melhores jogadores mundiais. Surgiu, em 1998, uma aplicação informática chamada “Zillions of Games” capaz de implementar e jogar uma quantidade apreciável de jogos diferentes (ver referências no fim desta introdução).

Mas mesmo sem programas, quem invente um jogo novo encontra na Internet alguém com quem discutir, realizar umas partidas e explorar as virtudes e deficiências desse jogo. Desta forma, é mais fácil, hoje em dia, melhorar a qualidade geral dos jogos de tabuleiro. É possível que, se inventados hoje, clássicos como o xadrez, o Go ou as damas, não tivessem o sucesso que a tradição e a história lhes deu. É igualmente possível que muitos dos jogos apresentados neste livro, noutro tipo de circunstâncias, pudessem obter o sucesso e o reconhecimento de gerações. Esperamos que a prática destes jogos possa, pelo menos, diminuir a probabilidade de serem esquecidos, algo imerecido pelo seu valor, não histórico, mas intrínseco.

Famílias de jogos

É usual classificar famílias de jogos pelo tipo de objectivo que leva à vitória. Claro que se num jogo houver mais do que uma forma de ganhar, esse jogo pertence a mais do que uma família (logo, esta classificação não cria conjuntos de jogos disjuntos). Podemos descrever as seguintes:

Jogos de território — onde se procura obter a maior área possível (como se calcula essa área depende, claro está, das regras do jogo). Neste livro, podemos incluir o Go, a âncora e o envio.

Jogos de bloqueio — onde ganha quem impedir o adversário de jogar. Inclui-se o Amazonas, os peões, a campanha, o Hobbes, o Un e os jogos da família Nim.

Jogos de captura — a vitória passa por capturar um conjunto de peças adversárias. Incluídos no livro: o Annuvin, o Gogol, o Nosferatu e o Hobbes.

Jogos de posição — onde se ganha por deslocar uma ou mais peças para uma determinada zona do tabuleiro. Temos o Aboyne, os peões, o Epaminondas, o Gogol, o Iqishiqi, os estarolas e o rastos.

Jogos de padrões — onde se ganha por obter um padrão (usualmente, uma linha de peças). Temos o Gomoku, o Havana, as intersecções, o semáforo e o SanQi.

Criar uma família de jogos é muito mais difícil que criar um jogo, dado ser necessário um conceito completamente novo e, ao mesmo tempo, profícuo, capaz de gerar diferentes jogos originais de qualidade. Nos anos 40, houve um jogo que deu visibilidade a uma família original de jogos abstractos, o Hex (apresentado neste livro). Essa família é a dos jogos de conexão. Neste tipo de jogos cada jogador procura criar um grupo de peças que satisfaça um determinado critério vitorioso (por exemplo, ligar dois lados opostos do tabuleiro). Este livro mostra uma colecção apreciável de jogos de conexão, nomeadamente, o Hex, Y, Nex, Gonexão, Jade, Havana e Linhas de Acção.

Variantes

Todos os que jogam damas conhecem o "perde-ganha", i.e., com as regras das damas (sendo obrigatório capturar) quem perder todas as suas peças ganha o jogo. Muitos dos jogos tradicionais possuem variantes, ou seja, variações das regras "oficiais". Algumas dessas variantes têm carácter regional, por exemplo, as damas jogadas em Portugal não são exactamente iguais às jogadas em França, que por sua vez são diferentes das jogadas na Inglaterra. O xadrez possui também variantes regionais (na verdade, as regras internacionais da FIDE relativas ao xadrez são uma variante regional agora globalizada), como o Xiang-Qi (da China) ou o Shogi (do Japão). Quando existe um grande conjunto de variantes regionais é comum falar de família de jogos (aqui, a palavra família é usada com sentido diferente da secção anterior), como a família das damas, a família do xadrez ou a família do Mancala (que tem centenas de variantes, principalmente de África, espalhadas da Indónesia às Caraíbas).

Mas não existem só variantes tradicionais. A maior parte das variantes são modernas. Um bom exemplo é o xadrez, que possui actualmente mais de mil variantes modernas, muitas das quais são efectivamente bons jogos. Algumas destas variantes foram propostas por grandes jogadores profissionais, como o Laska (uma variante das damas por Lasker) ou o xadrez de Fisher (uma variante do xadrez por Fisher).

Como criar uma variante? Muitas vezes uma variante surge por deficiente comunicação das regras do jogo original. Provavelmente, algumas variantes tradicionais surgiram quando um viajante descrevia um jogo do seu país a outra pessoa, numa mescla de línguas mal faladas. Outras terão aparecido da má descrição ou da interpretação das regras escritas (poderá ocorrer isso mesmo neste livro; foi uma das razões de termos incluído as secções de notas e exemplos). Mas a maioria das variantes são propositadas. Quando se joga e observa a dinâmica de várias partidas, quando se obtém experiência sobre as tácticas e estratégias que o jogo permite, pode parecer apropriado fazer alterações às regras de modo a expandir o jogo original. Pode funcionar ou não, mas, quando funciona, nasce uma nova variante.

A forma como se constroem variantes depende muito do jogo. Existem algumas meta-regras (ou regras mutantes) que alteram consistentemente um grande conjunto de jogos. Por exemplo, a regra mutante da progressão: o primeiro jogador joga uma vez, o segundo jogador joga duas vezes, o primeiro jogador a seguir joga três, e assim sucessivamente. Normalmente, esta regra mutante é demasiado poderosa e tem de se incluir uma restrição (ver um exemplo na secção do jogo Y). Se aplicada ao xadrez com a restrição "quando há xeque, a sequência de jogadas pára e dá-se a vez ao adversário", obtemos uma das variantes mais conhecidas: o xadrez progressivo.

Eis uma lista de outras meta-regras:

a) O punhal (ver glossário), onde um dos jogadores possui a capacidade de jogar duas vezes em qualquer turno (ver o jogo Gomoku).

b) A introdução de peças neutras, podendo-se trocar duas neutras por duas peças aliadas, mudando uma peça aliada por neutra (consultar o jogo Nex para mais detalhes).

c) O bolso: o jogador pode passar a sua vez, guardando essa jogada para um turno posterior (como se comprasse um punhal cujo preço é não jogar um turno).

d) Restrições: criar um desiquilíbrio inicial para compensar a diferença de mestria dos jogadores. Por exemplo, no jogo do xadrez, o melhor jogador começar com as Brancas e sem o cavalo da rainha.

e) A regra de equilíbrio, talvez a meta-regra mais importante. Esta regra diz que um jogador executa as primeiras n jogadas (com ambas a cores) e o adversário escolhe a cor que prefere jogar o resto da partida. Esta regra simples permite equilibrar jogos que possuem uma vantagem inicial muito grande (por exemplo, o jogo Gomoku, cujo objectivo é fazer uma linha de cinco peças da mesma cor). Muitos dos jogos aqui apresentados assumem esta regra do equilíbrio.

Dependendo dos jogos, é possível combinar regras mutantes. Por exemplo, o xadrez progressivo e a regra de equilíbrio com n igual a 2 é uma variante admissível.

Critérios de qualidade

Como avaliar a qualidade de um jogo abstracto? Quais são as características necessárias para que alguém dedique tempo e atenção a um determinado jogo? Não existem respostas finais a estas questões, mas é possível indicar alguns factores.

Um dos elementos mais importantes é a *profundidade*, ou complexidade estratégica. Até que ponto é possível alguém continuar a especializar-se no estudo de um jogo? Por exemplo, o jogo do galo possui uma profundidade muito baixa: é fácil encontrar as suas (poucas) subtilezas e criar uma estratégia que leva consistentemente ao empate. Já o jogo do xadrez tem uma profundidade elevada; existem muitos níveis de mestria desde o principiante até ao grande mestre internacional. Considere a seguinte definição: um jogador X está um nível acima do jogador Y se por cada três jogos X ganhar dois. No caso do xadrez isso corresponde aproximadamente a 100 pontos ELO (o ELO é o sistema que mede a qualidade de jogo de um jogador de xadrez). Se um principiante tiver cerca de ELO 1000 e o melhor jogador de sempre uns 2900, isso implica dezanove níveis de especialidade (que poderão ser um pouco mais; a partir de um certo nível, o ELO cresce mais devagar).

O jogo do galo não deverá ter mais do que três níveis de especialidade (se considerarmos que as crianças não conhecem a melhor estratégia). As damas estarão a meio caminho entre o jogo do galo e o xadrez. O Go, o jogo tradicional chinês (incluído neste livro), possui mais de trinta níveis de especialidade. Um jogo para o qual seja possível calcular a estratégia vencedora (i.e., uma sequência de jogadas que permita ganhar sempre) ou de empate, tem profundidade um e não tem interesse lúdico para um jogador adulto (apesar de poder ter interesse matemático, como veremos no capítulo dos jogos matemáticos).

A *clareza* é outra propriedade importante. A clareza é a resposta à pergunta "Quão fácil é criar uma boa táctica ou estratégia?". A clareza refere a facilidade com que uma pessoa "visualiza" mentalmente um conjunto de jogadas futuras. Um jogo com pouca clareza torna-se incómodo porque é difícil perceber quais as jogadas possíveis e quais as ameaças imediatas do adversário. É estimulante ganhar devido a uma estratégia inteligente, não o é ganhar porque o adversário não "viu" o nosso ataque mais óbvio. Talvez o jogo com maior clareza descrito neste livro seja o Hex e o com menor clareza (tinha de haver um...) seja o linhas de acção.

Outra propriedade relevante é o *drama*. Um jogo dramático é aquele onde é possível recuperar de uma posição inferior devido a uma táctica escondida, seja através de uma posição engenhosa seja através de sacrifícios. Neste aspecto, o xadrez é um óptimo exemplo de um jogo dramático; testemunha disso são os inúmeros problemas temáticos que se encontram na literatura. Se uma partida jogada entre um jogador médio e outro fraco for interrompida a meio (estando o jogador médio com uma vantagem natural) e o jogador fraco for substituído por um mestre, o jogo mantém o interesse e pode mesmo haver uma reviravolta. Jogos muito profundos, como o Go, produzem tendencialmente um bom drama. Mas, para contrabalançar o drama, um jogo tem de ser *decisivo*: tem de existir um ponto para o qual um jogador constrói uma posição que lhe garanta uma vitória a médio prazo, independente da mestria do adversário. Um jogo sem esta característica torna-se indeciso, perdendo-se em dramas cíclicos sem atingir um fim.

Outra medida é o *tempo* médio das partidas. Uma partida de xadrez demora cerca de quarenta turnos. Uma de damas um pouco menos. Um jogo do galo demora no máximo nove jogadas. Um jogo do Go pode estender-se por mais de cem turnos sem vencedor à vista. Esta característica está relacionada com o tempo livre de cada um, mas tendencialmente (hoje em dia) não são favorecidos jogos que durem demasiado (se o jogo do Go fosse inventado agora, provavelmente não teria qualquer sucesso). Jogos como o jogo do galo, o Hex ou as Amazonas têm um tempo máximo de jogo (dado que as células do tabuleiro vão ficando progressivamente ocupadas). Já um jogo de xadrez pode demorar, em teoria, mais de mil turnos.

A *ramificação*, ou seja, o número de jogadas que um jogador pode fazer em média por turno, é uma medida contrária à claridade. Em princípio, quanto mais jogadas forem possíveis, menos claro é um jogo (porém, há jogos com um bom equilíbrio destas duas características, como o Nex). Esta propriedade é relevante para a informática. Quanto maior for a ramificação de um jogo, mais difícil é criar um programa de computador que o jogue bem. Por exemplo, a ramificação média do xadrez é de cerca de quarenta lances: os programas de xadrez são capazes de executar um jogo excelente. O Go possui uma ramificação média de 180 jogadas: os programas de Go não conseguem mais do que a habilidade de um jogador humano fraco. Alguns dos jogos aqui apresentados possuem ramificações de milhares de jogadas sem penalizar demasiado a clareza.

A *interacção* é outra propriedade importante num jogo. Tem a ver com a forma como as peças dos diversos jogadores actuam entre si (uma propriedade introduzida por Cameron Browne em [CG]). Jogos com pouca interacção são pouco mais do que duas "corridas" separadas entre dois adversários para atingir o objectivo final (como as damas chinesas e o Halma). Jogos com boa interacção permitem arranjos complexos entre peças adversárias, melhorando a qualidade do jogo e aumentando o número possível de tácticas a aprender e descobrir. Um factor relacionado com a interacção é o uso de peças neutras, i.e., peças que podem ser utilizadas por ambos os jogadores nos seus respectivos turnos (ver Sanqi, Nex, Iqishiqi e Hobbes).

Procurámos incluir no livro jogos com boa classificação neste conjunto de critérios. A maioria são muito recentes e quase totalmente desconhecidos. Alguns são fruto da nossa experiência pessoal, que esperamos seja proveitosa aos leitores. Desejamos que aproveitem os bons momentos que eles tão bem sabem dar.

Referências electrónicas

O mundo dos jogos abstractos — um *website* de um dos autores, que contém várias centenas de jogos de tabuleiro de todas as épocas e locais, é a referência central na apresentação dos jogos para dois jogadores descritos neste livro. [www.di.fc.ul.pt/˜jpn/gv.htm]

Variantes de xadrez — o *website* definitivo sobre variantes de xadrez (ou seja, jogos baseados no xadrez mas com variações nas suas regras oficiais). [www.chessvariants.com]

Zillions of Games — um *software* comercial (pode-se obter uma versão grátis simplificada) capaz de executar mais de mil jogos de tabuleiro e *puzzles*, com uma linguagem de programação específica para a criação de jogos novos. [www.zillionsofgames.com]

Jogos por *e-mail* — um servidor de partidas electrónicas criado e gerido por Richard Rognlie, onde é possível procurar jogadores para algumas dúzias de jogos diferentes. [www.gamerz.net/pbmserv/]

Construção de tabuleiros — muitos dos tabuleiros dos jogos apresentados neste livro não são fáceis de obter. É possível imprimir um tabuleiro em papel e jogar com as peças que tiver em casa, como as damas, os peões do xadrez, as fichas do Poker ou da roleta, os números do Bingo, etc. Disponibilizamos na seguinte página, vários diagramas em ficheiros em formato PDF. [http://www.di.fc.ul.pt/ jpn/gv/dobpt.htm]

Também nesta página propomos uma forma de construir tabuleiros para diversos jogos, baseada numa abordagem modular. Com o uso de uma superficie, de várias peças redondas que se montam para formar o tabuleiro e com peças variadas, é possível criar modelos físicos que podem ser usados para praticar os jogos aqui descritos.

Ludicum — a página da Associação Ludus, uma página em português vocacionada para a matemática recreativa, incluindo os jogos abstractos. [http://ludicum.org]

João Pedro Neto
jpn@di.fc.ul.pt
http://www.di.fc.ul.pt/˜jpn/

Jorge Nuno Silva
jnsilva@cal.berkeley.edu
http://wwmat.mat.fc.ul.pt/˜jnsilva/

Chapter 2

Jogos para dois

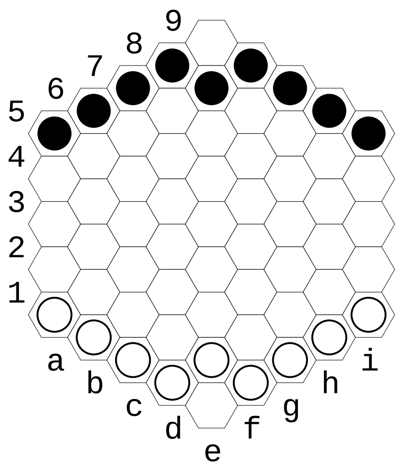
Aboyne

Este jogo foi concebido por Paul Sijben em 1995. O nome do jogo é um verbo inglês inventado pelos escritores de comédia Douglas Adams e John Lloyd, que significa "vencer um mestre por jogar tão terrivelmente que nenhuma das técnicas que ele conhece serve para o que quer que seja" (não aconselhamos, porém, este tipo de estratégia).

Material

Um tabuleiro hexagonal com 5 hexágonos de lado, 9 peças brancas, 9 peças negras.

Posição inicial:



Definição

Uma peça está bloqueada se for adjacente a uma peça de outra cor.

Regras

Em cada turno, cada jogador deve mover uma peça da sua cor que não esteja bloqueada.

Uma peça não bloqueada pode-se mover para um hexágono adjacente vazio ou pode saltar uma linha de peças da sua cor, desde que esteja num dos extremos, movendo-se para o extremo oposto. Se este extremo estiver ocupado por uma peça inimiga, essa peça é capturada.

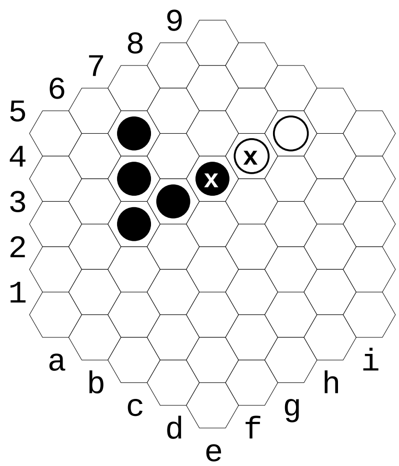
Uma peça Branca não se pode mover para e1, uma peça Negra não se pode mover para e9.

Objectivo

As Negras ganham se moverem uma peça para o hexágono e1 e as Brancas ganham se moverem uma peça para o hexágono e9. Um jogador perde o jogo se, no início do seu turno, todas as suas peças estiverem bloqueadas.

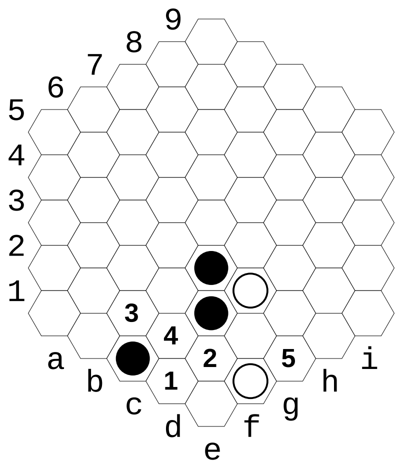
Notas

No seguinte diagrama, as peças marcadas estão bloqueadas. Se for a vez das Brancas, elas podem usar a peça em g8 para saltar sobre a linha de peças Brancas, capturando a peça negra marcada. A partir desse momento, a peça que acabou de se mover fica bloqueada mas liberta a peça Branca em f7 (e ao mesmo tempo bloqueia d5). A seguir, as Negras podem ganhar o jogo com o salto de c4 para e6 (capturando a peça branca) porque com este movimento a única peça Branca fica bloqueada.



É comum que a peça movida se autobloqueie. Este género de movimento pode compensar se, no processo, bloquear um maior número de peças adversárias ou reduzir as possibilidades de movimentação do outro jogador. Parte do caminho para a vitória consiste em saber avaliar o confronto local de um conjunto de peças e quais os potenciais bloqueios que daí advêm.

No diagrama abaixo, observamos uma posição de fim de jogo. As Negras estão quase a vencer a partida. Como consegui-lo? Cada jogador possui apenas uma peça não bloqueada.



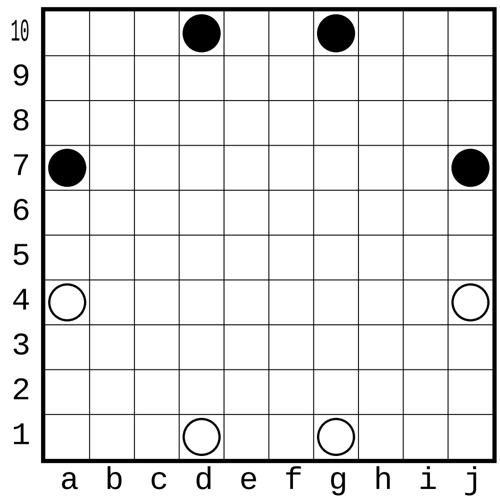
Se a peça negra se mover para o hexágono 1, as Brancas movem-se para 2 ganhando a partida por bloqueio das peças negras (de facto, as peças brancas também ficam todas bloqueadas, mas são as Negras que não conseguem jogar primeiro). As Negras devem jogar para 3, obrigando as Brancas a jogar para 5 (qualquer outra jogada bloqueia a própria peça). Depois as Negras movem-se para 4, numa posição em que a peça branca nada pode fazer. Segue-se a captura da peça branca em f4, desbloqueando as duas outras peças negras. A partir dessa posição, a vitória está garantida.

Amazonas

Este jogo foi inventado em 1988 por Walter Zamkauskas. Tem sido estudado no domínio da Inteligência Artificial, existindo um torneio anual entre programas de computador que já atingiram um nível de jogo avançado (por exemplo, os programas *Arrow* e *Invader*).

Material

Um tabuleiro quadrado de 10 linhas por 10 colunas, 4 peças negras, 4 peças brancas e cerca de 80 peças de uma terceira cor.



Regras

Em cada turno, cada jogador realiza duas acções:

Mexe uma amazona, que se desloca em linha recta na vertical, na horizontal ou na diagonal quantas casas o jogador entender, desde que não haja qualquer peça no seu trajecto (i.e., como a rainha do xadrez).

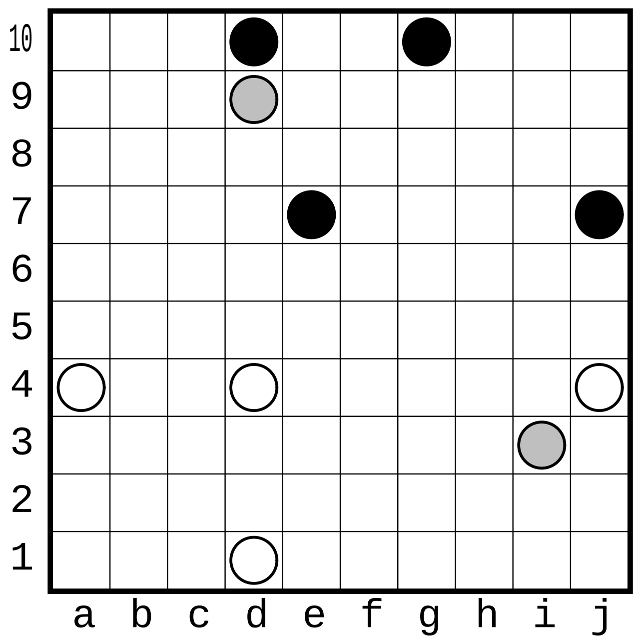
De seguida, coloca uma marca num quadrado vazio. Porém, este quadrado deve estar ao alcance da última amazona deslocada (i.e., ela poder-se-ia mover para o quadrado num único movimento).

Objectivo

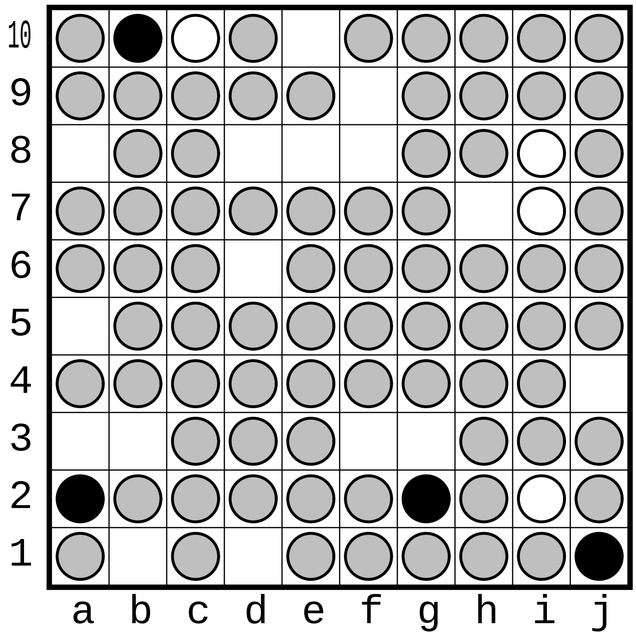
Perde o jogador que não conseguir concluir o seu movimento.

Notas

Como em cada jogada desaparece uma casa do tabuleiro, o jogo tem de acabar. Um exemplo de um turno inicial: as Brancas deslocam a amazona de g1 para d4 e colocam uma marca em d9 (é uma jogada válida porque a amazona poder-se-ia deslocar para d9). Depois as Negras movem a amazona de a7 para e7 e colocam uma marca em i3.



Os jogos normalmente terminam com uma cuidada gestão dos espaços que restam. Quem é capaz de assegurar mais espaço para se movimentar no fim ganha a partida. No diagrama seguinte o turno é das Brancas. Porém, elas têm muito pouco para se movimentar, podendo deslocar i7 (ou i8) para h7 e colocar uma peça no quadrado de onde a peça saiu. As Negras podem então movimentar uma das suas peças com a certeza de vitória, dado que não resta qualquer movimento válido para as Brancas efectuarem no turno seguinte.



Referências

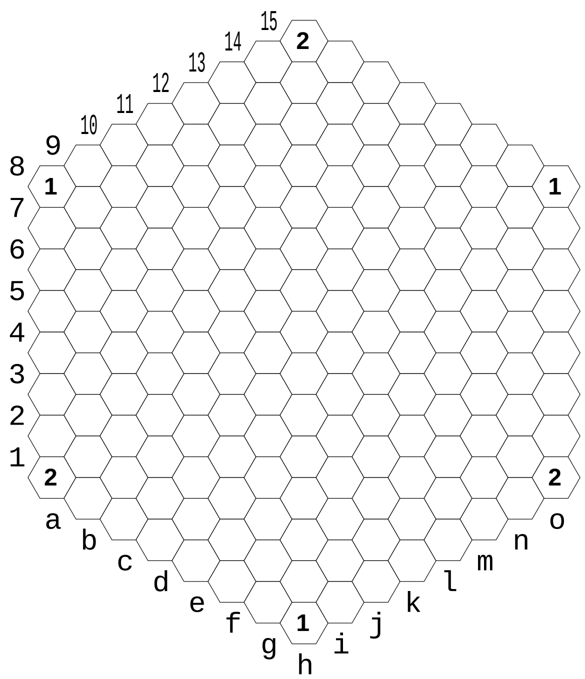
http://www.cs.ualberta.ca/~tegos/amazons/

Âncora

Este jogo foi concebido por Steven Meyers em 2000. É um jogo de território que faz lembrar o jogo do Go (ver p. 59), mas com um tabuleiro onde existem dois tipos de cantos. A principal novidade deste jogo é redefinir a noção de vida e de morte em relação às regras do Go.

Material

Um tabuleiro hexagonal com 8 hexágonos de lado. Um número suficiente de peças brancas e negras (cerca de 100 peças de cada cor).



Definições

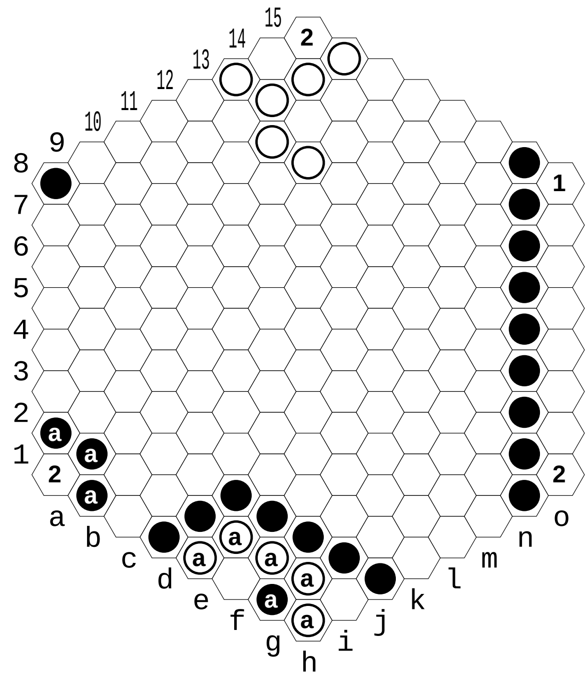
Cantos — Cada jogador possui três cantos alternados no tabuleiro (no diagrama acima, os cantos 1 são das Negras, os cantos 2 são das Brancas).

Grupo — Um conjunto conexo de peças da mesma cor.

Âncora — um grupo é uma âncora se tocar em três ou mais lados do tabuleiro. Um grupo que toque em dois lados é uma âncora desde que esses lados não se encontrem num canto que pertença ao adversário.

Vida — Uma peça está viva se pertencer a uma âncora; caso contrário diz-se morta.

No diagrama seguinte, as peças marcadas com “a” estão mortas.



Regras

No primeiro turno, um jogador coloca uma peça negra num hexágono vazio e o adversário escolhe a cor. Continuam as Brancas. Nos turnos seguintes, cada jogador passa a sua vez ou coloca uma peça da sua cor num hexágono vazio.

Objectivo

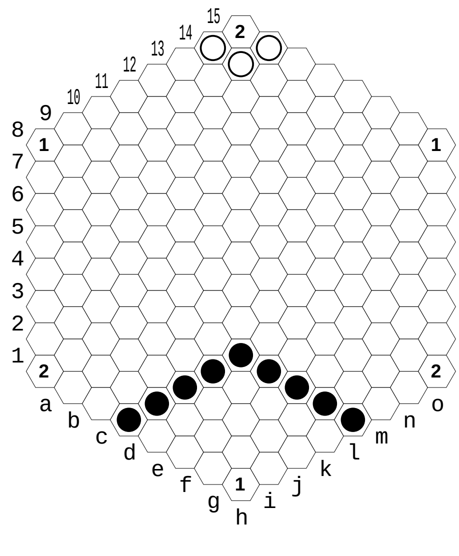
Quando os jogadores passarem consecutivamente a sua vez, o jogo termina. De seguida, são retiradas as peças mortas (designadas por prisioneiros) e dadas ao jogador adversário (as peças negras são dadas às Brancas e vice-versa). Cada prisioneiro vale um ponto. Cada hexágono cercado pelas peças de um jogador (ou pelos lados do tabuleiro) também vale um ponto. São somados os valores dos prisioneiros e os do território obtido. Ganha quem obtiver a maior pontuação final.

Notas

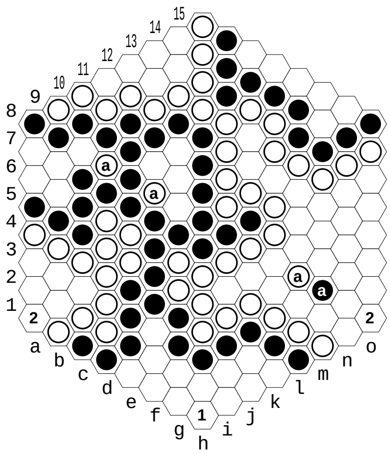
O cálculo para determinar o vencedor é semelhante ao descrito nas regras do Go. A principal diferença reside em termos de avaliar o terreno num tabuleiro hexagonal e não quadriculado.

A tensão do jogo surge da tentativa constante de cortar as potenciais âncoras do adversário. Por outro lado, controlar o centro é relevante (mais do que no Go) porque permite um acesso previlegiado à ligação de vários grupos de peças independentes que dessa forma se podem tornar vivas.

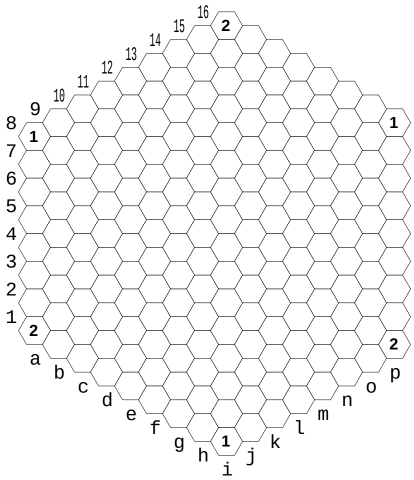
O acto de criar âncoras tem de ser equilibrado com o facto de a vitória passar pelo terreno controlado no fim do jogo. As âncoras demasiado pequenas (fáceis de construir) controlam muito pouco terreno. No diagrama seguinte, a âncora negra utilizou nove peças (e controla oito hexágonos), enquanto a âncora branca usou três peças (controlando apenas um hexágono).



O exemplo seguinte mostra uma posição final (as peças mortas, ou seja, os prisioneiros estão marcados com "a"). As Brancas possuem 41 hexágonos de território mais um prisioneiro, num total de 42 pontos. As Negras possuem 30 hexágonos de território mais três prisioneiros, num total de 33 pontos. A vitória é das Brancas.



Este jogo pode permitir uma estratégia de imitação: o primeiro jogador começa por colocar uma peça no centro e, a partir daí, joga simetricamente ao seu adversário. Para evitar este problema pode utilizar-se um tabuleiro ligeiramente assimétrico, como o ilustrado abaixo.



References

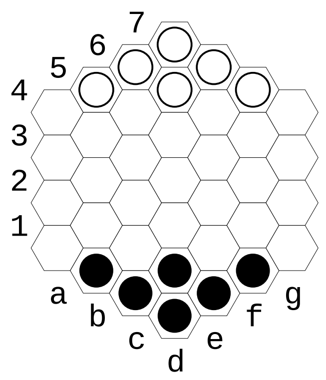
http://home.fuse.net/swmeyers/anchor.htm

Annuvin

Este jogo foi concebido por Jeff Roy em 2001. O jogo tem uma regra interessante: quanto menos peças um jogador possui, mais poderosas estas se tornam. Esta característica provoca uma constante tensão entre a captura de peças adversárias e uma adequada posição das próprias peças.

Material

Um tabuleiro hexagonal com 4 hexágonos de lado, 6 peças brancas e 6 peças negras.



Regras

Em cada turno, cada jogador move uma das suas peças. Cada peça pode movimentar-se um máximo de X hexágonos num único turno.

Este número X depende do número de peças que o jogador ainda tem no tabuleiro: X = 1 se tiver seis peças

X = 2 se tiver cinco peças

X = 3 se tiver quatro peças

X = 4 se tiver três peças

X = 5 se tiver duas peças

X = 6 se tiver uma peça

Se uma peça A se movimentar para um hexágono ocupado por uma peça inimiga B, a peça B é capturada e a peça A pode continuar a movimentar-se desde que não tenha atingido o seu máximo.

Objectivo

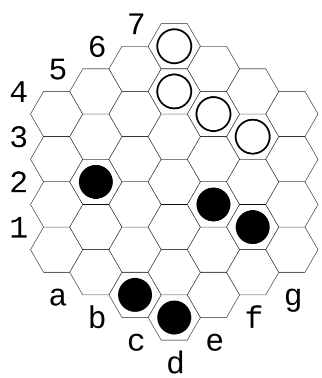
Um jogador ganha se capturar todas as peças adversárias. Também pode ganhar se capturar todas as peças adversárias menos uma, desde que ainda tenha as suas seis peças em jogo.

Notas

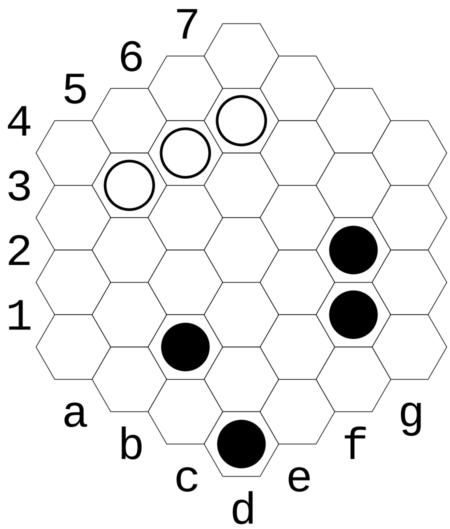
A segunda condição de vitória serve para evitar uma táctica em que um jogador não capture nada deixando capturar cinco peças suas, para poder ter uma peça muito poderosa (que se pode movimentar seis hexágonos) contra o conjunto das peças iniciais, bastante mais fracas.

Quando as capturas se iniciam, o adversário ganha um maior poder de manobra. É necessário manter as peças afastadas umas das outras para que não sejam sujeitas a capturas múltiplas num único turno.

No seguinte exemplo, no turno das Brancas, elas jogam a peça em e6 (que se pode movimentar três hexágonos, dado ainda existirem quatro peças brancas) para capturar as peças e4 e f4. As Negras respondem com b3 (que agora se pode movimentar quatro hexágonos) capturando d6 e d7. A Brancas capturam c1 e d1 com a peça em f4. Nessa posição as Negras nada podem fazer apesar de a sua única peça poder movimentar-se seis hexágonos. Isto porque as Brancas têm as suas peças demasiado afastadas. A peça negra não consegue capturá-las todas num único turno. A vitória é das Brancas.



O jogo tem pouca estratégia, o que é compensado com uma grande componente táctica, que se fundamenta na mobilidade e na posição. No exemplo seguinte, as Negras (que são as próximas a jogar) têm uma posição vencedora baseada nos seus dois grupos de peças. Como fazer? A peça f5 captura a peça d6. A seguir, uma das duas peças brancas restantes pode-se movimentar cinco hexágonos, o que de pouco lhe serve, dada a separação do exército negro. Se usar b4 para capturar d1 e c2, as Negras respondem capturando uma das peças restantes (vencendo no turno seguinte). Se capturar f4, as Negras respondem de igual forma.

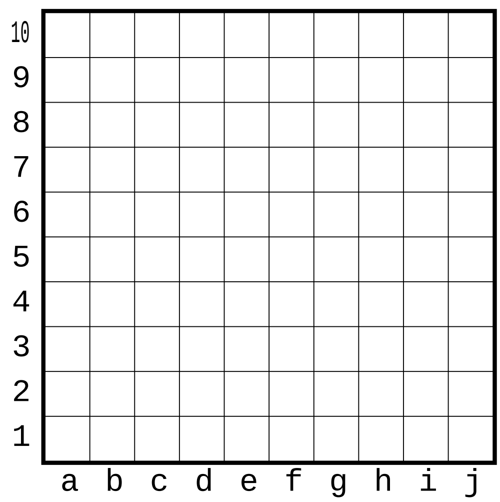


Campanha

Este jogo foi inventado em 2001 por Chris Huntoon. As regras são inspiradas no Gomoku (ver p. 71) e no antigo passatempo medieval que consistia em percorrer todas as casas de um tabuleiro com um cavalo de xadrez. Neste caso, o jogo representa a corrida de duas peças para fazer cinco em linha.

Material

Um tabuleiro quadrado de 10 linhas por 10 colunas, uma peça negra e uma peça branca especiais (representando cavalos) mais cerca de 40 peças brancas e 40 peças negras.

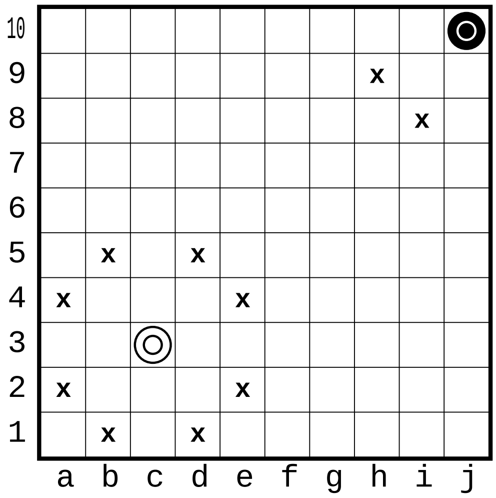


Regras

No início, um dos jogadores coloca os dois cavalos em dois quadrados vazios. O adversário escolhe a cor e quem começa.

Em cada turno, cada jogador movimenta o respectivo cavalo colocando uma peça da sua cor no quadrado de onde o cavalo saiu.

O cavalo move-se como no xadrez, ou seja, para um dos quadrados vazios mais próximo em relação ao quadrado onde se situa mas não na mesma coluna, linha ou diagonal. O diagrama seguinte mostra exemplos de movimentações possíveis (as casas marcadas com $\times$) dos cavalos.



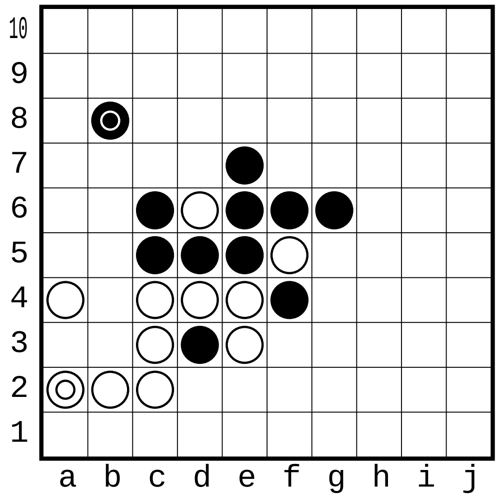
Objectivo

Ganha o jogador que obtiver cinco em linha com peças da sua cor (excluindo o cavalo) ou conseguir bloquear o cavalo adversário.

Notas

Um jogador pode vencer com uma linha de mais de cinco peças da sua cor (ao contrário do Gomoku).

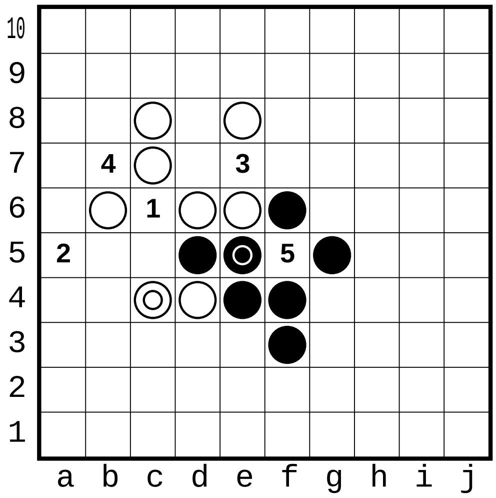
Não se deve esquecer que existem duas formas de vencer este jogo. A primeira forma (cinco em linha) é mais fácil de obter e deve nortear a estratégia de cada jogador. Porém, se o adversário estiver num canto repleto de peças, a sua mobilidade diminui e pode ser vítima de um bloqueio. Uma situação exemplar ocorre no diagrama seguinte:



As Brancas jogam para b4, dado que, caso o consigam, podem vencer no turno seguinte (com cinco em linha horizontal de a4 a e4). Mas as Negras ganham o jogo por bloqueio movendo-se para o único quadrado disponível das Brancas, a6.

Este exemplo mostra que a mobilidade é muito importante, tanto para evitar derrotas por bloqueio como para manter abertos os vários caminhos possíveis para construir ameaças de cinco em linha. Este aspecto é potenciado pelo facto de cada jogador só poder movimentar uma única peça: o seu cavalo. Colocar-se à frente do cavalo adversário impedindo-o de chegar a uma dada zona pode ser decisivo.

Como no Gomoku, deve-se procurar criar quatro em linhas abertos (ou seja, cujos extremos sejam seguidos por quadrados vazios), de modo a garantir duas possibilidades de vitória. Como a mobilidade dos cavalos é limitada, torna-se muito difícil para o adversário impedir que o jogador atinja um desses dois quadrados. Observe o diagrama seguinte, onde os números nas casas do tabuleiro indicam a ordem das jogadas:



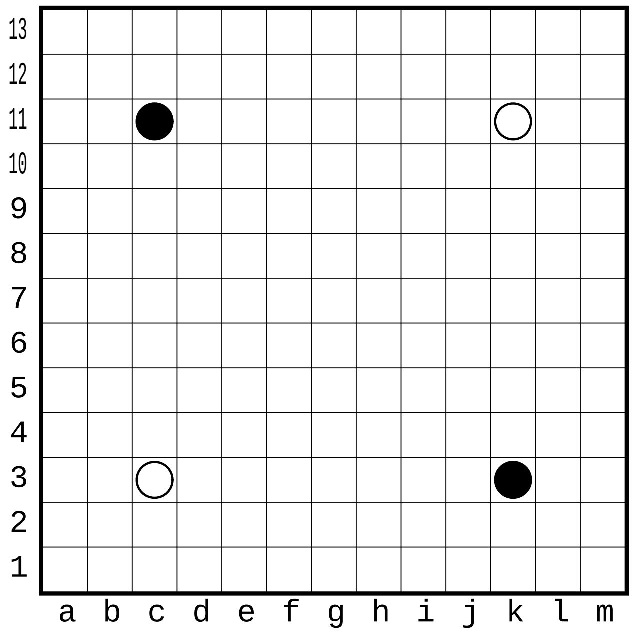
As Negras jogam para o quadrado c6 criando quatro em linha aberto (com os quadrados c6/d5/e4/f3), ameaçando ganhar em b7 ou g2. As Brancas tentam evitar b7, mas nada podem fazer contra os movimentos seguintes das Negras (para e7 e depois f5).

Envio

Neste jogo, inventado por Chris Dissembler e João Neto em 2002, distribuem-se grupos de até 5 peças para isolar e controlar a maior área do tabuleiro possível.

Material

Um tabuleiro quadrado de 13 linhas por 13 colunas. Um número suficiente de peças brancas e negras (cerca de 75 para cada cor).



Definições

Grupo — conjunto de peças da mesma cor ortogonalmente adjacentes.

Liberdade — um grupo tem liberdade se for ortogonalmente adjacente a pelo menos um quadrado vazio.

Regras

Em cada turno, cada jogador larga um grupo (entre 2 e 5 peças) num conjunto de quadrados vazios, desde que pelo menos uma dessas peças se situe numa linha ou coluna onde exista outra peça da mesma cor e que ambas fiquem separadas por zero ou mais quadrados vazios. Depois da jogada, qualquer grupo sem liberdades é capturado.

Um jogador pode passar a sua vez, se assim o desejar.

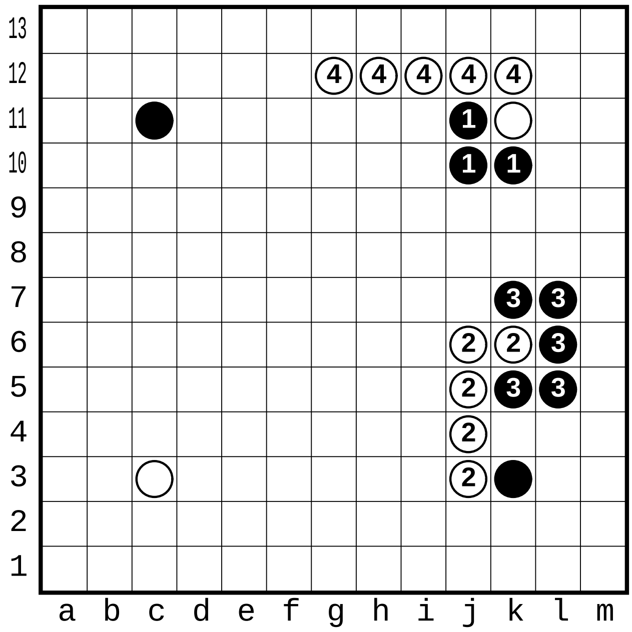
Regra de equilíbrio — O primeiro jogador, no primeiro turno, só pode largar um grupo de 2 ou 3 peças.

Objectivo

Quando ambos os jogadores passarem consecutivamente, o jogo termina. Cada um calcula o número de peças que possui no tabuleiro mais o número de quadrados onde o adversário não pode largar grupos. Ganha quem obtiver a maior soma.

Notas

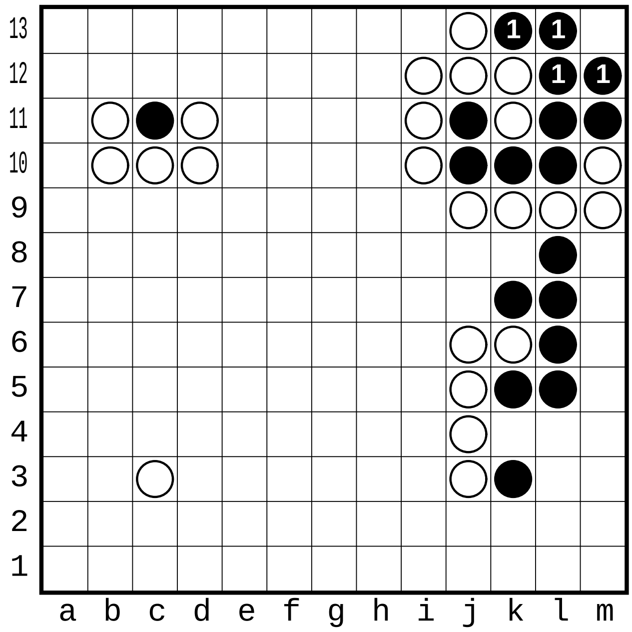
No diagrama seguinte observamos os dois primeiros turnos de uma partida. As Negras enviam um grupo de três peças (na sua primeira jogada estão limitados pela regra do equilíbrio) para tentar isolar a pedra branca em k11. As Brancas, em vez de defenderem a sua pedra, respondem com um ataque à pedra em k3. As Negras respondem defendendo a sua pedra criando um grupo que torneia o grupo branco ao mesmo tempo que procura ligar-se ao grupo da primeira jogada. A resposta branca é dar espaço de manobra à sua pedra ameaçada e ao mesmo tempo começar a controlar a 13.ª linha.



Este é um jogo de área em que os conceitos de território e liberdade (que leva à captura de grupos adversários) se assemelham aos do jogo do Go (ver p. 59). É importante manter o maior número de quadrados vazios à volta dos grupos para evitar capturas que limitem a influência do jogador no tabuleiro.

A capacidade de largar peças novas é limitada pela posição das que estão no tabuleiro. Portanto, sofrer uma captura implica menos quadrados para onde é possível mover-se, aumentando o território potencial do adversário.

Como parte da contabilidade final que leva à vitória depende do número de peças em jogo, deve-se sempre procurar colocar grupos de cinco peças. Porém, pode haver casos onde isso seja contraproducente por retirar demasiadas liberdades. No diagrama seguinte, o jogador lançou um grupo de quatro peças; se tivesse jogado cinco peças (ocupando m13), perderia o único quadrado vazio que lhe garante a liberdade.

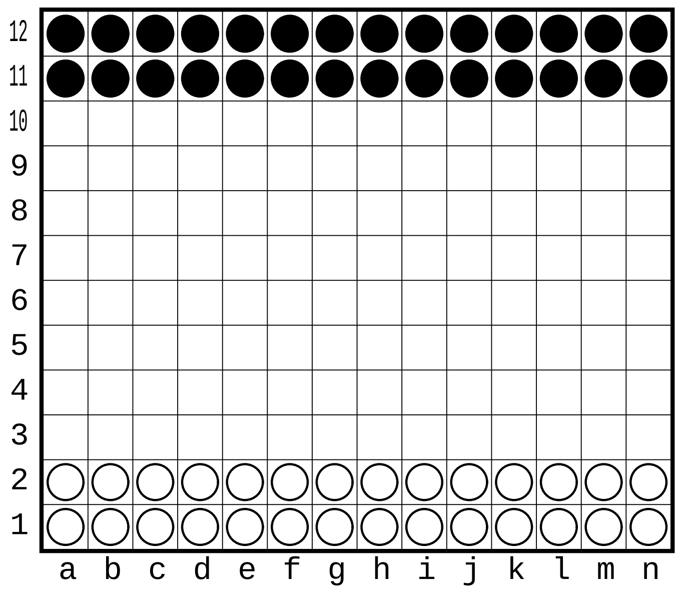

13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
a b c d e f g h i j k l m
1
1
1
1

Epaminondas

Este jogo foi inventado por Robert Abbott em 1963. Chamava-se originalmente *Crossings* e foi publicado pela primeira vez em 1969 em [GG]. Nessa altura, o jogo fazia-se num tabuleiro de 8 linhas por 8 colunas. Quando foi revisto e publicado em 1975, passou a ser designado por "Epaminondas", o general de Tebas que inventou a falange e a usou para derrotar os Espartanos em 371 a.C.

Material

Um tabuleiro quadrado de 12 linhas por 14 colunas. 28 peças brancas e 28 peças negras.



Definições

Falange — Uma falange é constituída por uma linha de uma ou mais peças adjacentes da mesma cor (seja na ortogonal ou na diagonal).

Regras

Uma falange move-se através da linha que a define, numa distância máxima igual ao número de peças que a constituem (por exemplo, uma falange de quatro peças pode-se mover até quatro quadrados).

Se a falange, enquanto se move, encontrar uma falange inimiga constituída por um número menor de peças, esta segunda falange é capturada. A falange pára, ficando a primeira peça no quadrado onde se situava a primeira peça da falange inimiga. Nos restantes casos, a falange só pode percorrer quadrados vazios.

A captura não é obrigatória.

Movimento — No seu turno, cada jogador move uma das suas falanges.

Objectivo

Ganha o jogador que no início do seu turno tiver mais peças na sua última linha (por exemplo, se as Brancas, antes de jogarem, tiverem três peças na 12.ª linha e as Negras duas peças na 1.ª linha, então as Brancas ganharam o jogo).

Notas

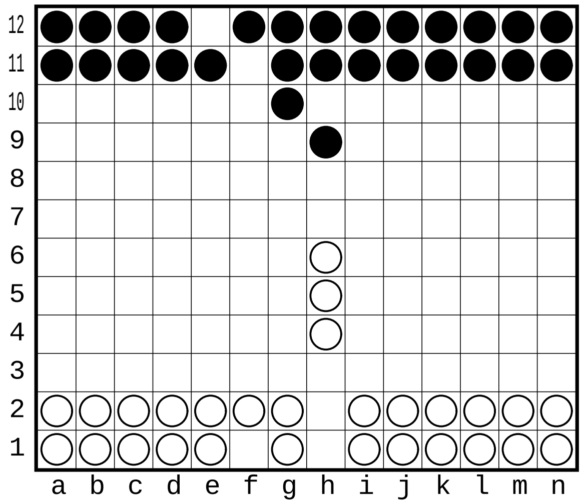
Uma peça isolada é uma falange de dimensão um, podendo mover-se para qualquer quadrado adjacente (quer na ortogonal, quer na diagonal).

Não é obrigatório mover uma falange inteira. Se o jogador tiver, por exemplo, uma linha de cinco peças, pode mover somente as três primeiras (ou seja, mover uma falange de dimensão três).

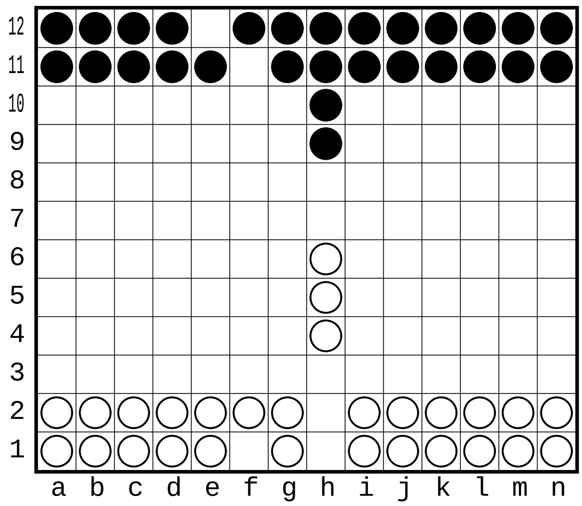
As falanges movem-se num dos dois sentidos da linha que as define (por exemplo, uma falange horizontal pode-se mover para a esquerda ou para a direita).

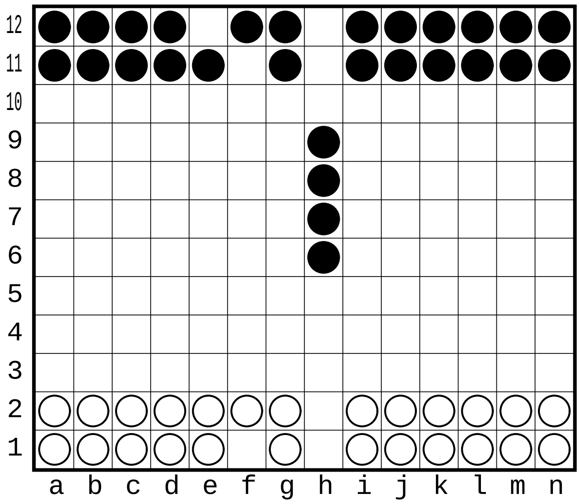
A condição de vitória é verificada antes de o jogador efectuar a sua jogada. Se, depois do movimento, um jogador tiver mais peças do que o adversário na sua última linha, este tem ainda uma oportunidade de equilibrar novamente a posição do tabuleiro (quer capturando peças na sua 1.ª linha, quer colocando peças na sua última linha).

Mas vejamos um exemplo de movimento de falanges. A partir da posição inicial, as Brancas moveram um quadrado a falange definida diagonalmente pelas peças f1-g2, ficando a primeira peça da falange em h3. Este movimento descreve-se na notação por f1,g2-h3. Em seguida, as Negras moveram e12,f11-h9. Depois, as Brancas continuaram com a falange horizontal de h1 a h3, movendo-a o máximo de 3 casas, ou seja, h1,h3-h6. O resultado destes três movimentos pode-se observar no seguinte diagrama.

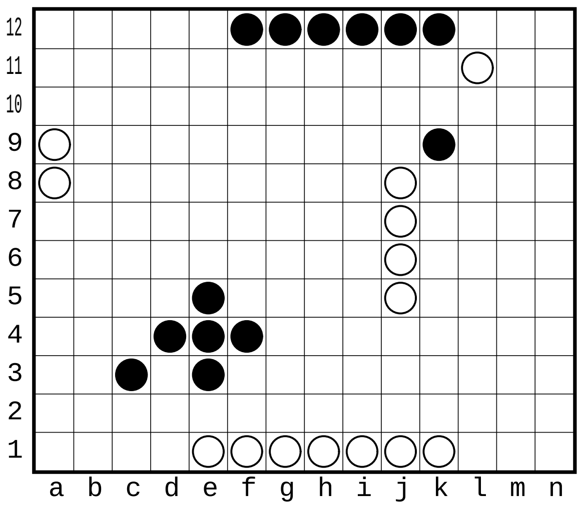


No seguinte diagrama temos um exemplo de captura de falanges. A falange negra h12,h9, com quatro peças, move-se três quadrados para baixo até encontrar a primeira peça da falange branca, de dimensão três. Dado que a falange branca é menor, ela é capturada e removida do tabuleiro. Se a falange branca fosse igual ou maior que a falange negra, este movimento não poderia ter sido efectuado.





O diagrama seguinte mostra uma posição onde as Brancas estão em vantagem. A falange horizontal branca da linha 1 é constituída por sete peças, podendo resistir aos ataques das duas potenciais falanges negras (e5,c3 e e5,e3). Já a falange horizontal negra na 12.ª linha com seis peças não consegue evitar o ataque das duas falanges verticais brancas (a8,a9 e j5,j8) que estão separadas por oito colunas. As Brancas começam o ataque com j5,j8-j12, desgastando a falange horizontal negra com sucessivas capturas. Quando esse ataque terminar, a falange da coluna *a* pode avançar sem resistência até à casa a12.

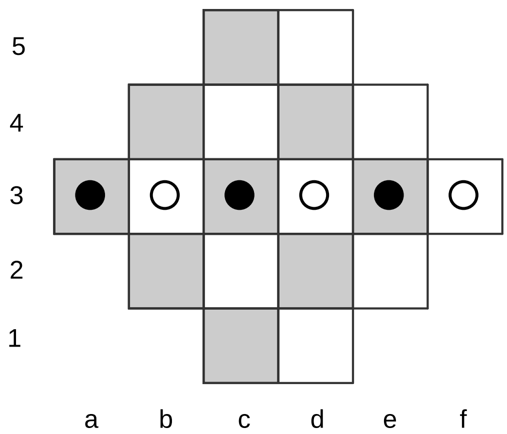


Estarolas

Este jogo, de 2002, é da autoria de Jorge Nuno Silva. Trata-se de um jogo de alinhamento (fazer três em linha), que se desenrola num pequeno tabuleiro onde é possível modificar as próprias cores das casas do tabuleiro.

Material

Um tabuleiro em forma de losango como o do diagrama. Os quadrados do tabuleiro são separados, sendo brancos de um lado e negros no lado oposto (podem ser usadas peças de Othello/Reversi). São ainda utilizadas três peças brancas e três peças negras.



Regras

Em cada turno, cada jogador pode fazer uma das seguintes jogadas:

1. Mover uma das suas peças para uma casa adjacente (na horizontal, vertical ou diagonal) que esteja vazia e que seja da mesma cor (as peças brancas só se podem movimentar em quadrados brancos e as peças negras só se podem movimentar em quadrados negros).

2. Trocar a cor de um quadrado (i.e., de branco para negro ou vice-versa) desde que o quadrado esteja vazio e não tenha sido alterado na jogada anterior pelo adversário.

Restrição: Se duas jogadas consecutivas forem de troca da cor de um quadrado, então a jogada seguinte tem de ser de movimento de uma peça.

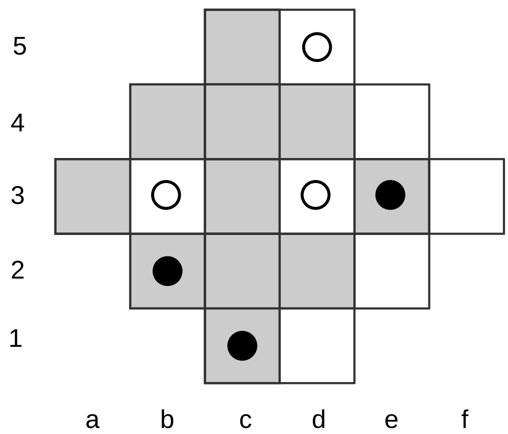
Objectivo

Ganha o jogador que conseguir criar uma linha (horizontal, vertical ou diagonal) com as suas três peças.

Notas

Este jogo é extremamente táctico. À partida é muito fácil realizar um três em linha com três peças capazes de se mover. A dificuldade aumenta com a limitação de as peças se moverem nos quadrados da própria cor (que entretanto pode mudar por acção do adversário). Assim, é conveniente manter pelo menos dois caminhos abertos para a movimentação das suas peças.

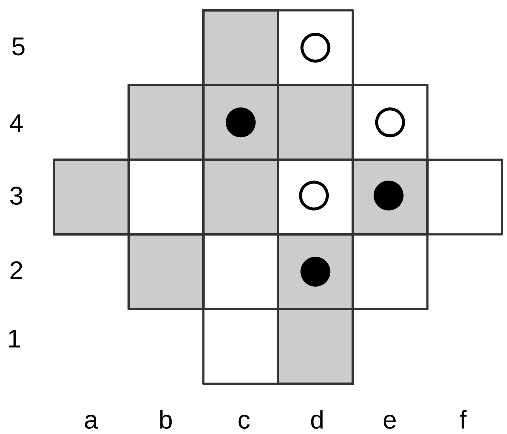
O jogo é rápido e utiliza maioritariamente as ameaças para evitar a movimentação do inimigo. Como exemplo, na posição seguinte as Brancas ameaçam vencer com c4 (isto significa trocar a cor da casa de coordenadas c4), seguido de d3-c4 (deslocar a peça de d3 para c4). São as Negras a jogar.



Mas as Negras têm uma defesa. O jogo continua 1...., c1-c2; (ameaçando ganhar imediatamente com e3-d2) 2. d2, c2-c3 (ameaçando e3-d4); 3. d4, c3-c4 e a ameaça branca foi contida.

É preciso não esquecer a regra do Ko: não poder desfazer a última troca de quadrado do adversário. Esta regra é necessária para evitar que um jogador desfaça constantemente a jogada adversária. Para além disso, esta restrição pode ser utilizada em favor do jogo, se a troca de um quadrado for a jogada decisiva para a vitória, dado que o outro jogador nada pode fazer para deter essa jogada.

É esse o caso do diagrama seguinte: As Brancas trocam a cor do quadrado d4. As Negras nada podem fazer, pois não conseguem trocar a cor desse quadrado e não podem mover-se para lá. As Brancas poderão, na sua jogada seguinte, fazer o seu três em linha.

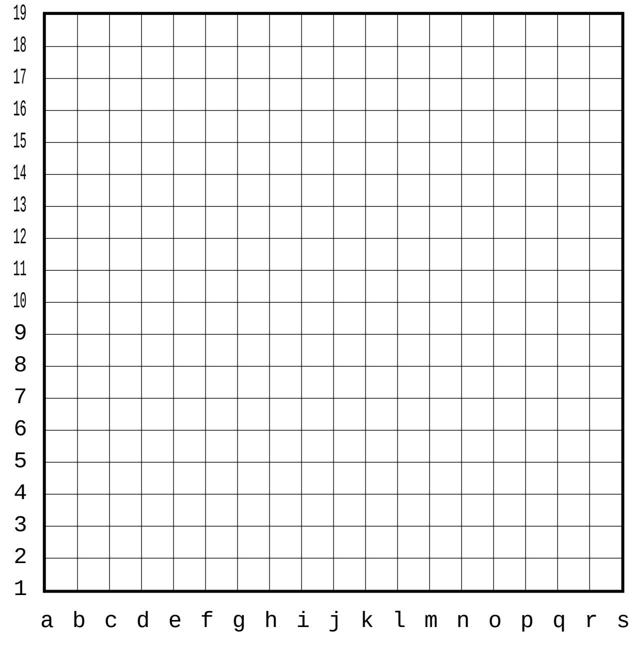


Go

O Go é um jogo tradicional do Oriente. Surgiu na China há mais de 2500 anos e foi introduzido no Japão em 800 d.C., sendo muito popular nos dois países. É um jogo de influência, com regras simples, mas de uma complexidade estratégica notável. Na antiguidade chegou a ser uma das quatro artes ensinada aos nobres chineses (as outras eram a música, a caligrafia e a pintura). O desenrolar do jogo modela uma guerra que se opera em diferentes batalhas, conflitos de padrões locais com consequências por todo o tabuleiro. O saber acumulado ao longo dos séculos, quer em literatura temática, quer em conhecimento táctico e estratégico, rivaliza com o do xadrez.

Material

Um tabuleiro quadrado de 19 linhas por 19 colunas (joga-se nas intersecções). Também é costume jogar em tabuleiros 9×9 e 13×13 para jogos mais rápidos e menos estratégicos. Um número suficiente de peças brancas e negras (cerca de 150 para cada cor).

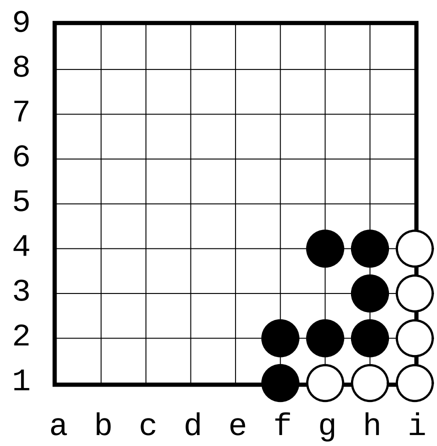


Definições

Grupo — uma ou mais peças da mesma cor adjacentes na vertical ou na horizontal.

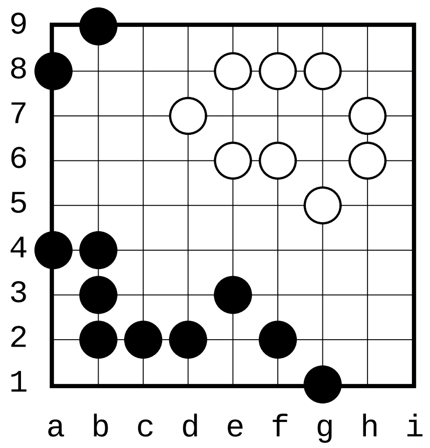
Liberdade de um grupo — a soma das intersecções vazias adjacentes (na vertical ou na horizontal) às peças do grupo.

O seguinte diagrama mostra um grupo de sete peças negras (com liberdade igual a sete) e um grupo de seis peças brancas (com liberdade igual a um).



Território — um conjunto de intersecções rodeadas por peças da mesma cor e eventualmente pelos limites do tabuleiro.

No exemplo seguinte observamos três territórios: Um território negro com uma intersecção (em a9); outro, também negro, com nove intersecções; e um branco com quatro intersecções.



O número de peças necessárias para criar um território é menor nos cantos do tabuleiro e maior no centro, como se verifica no diagrama.

Regras

Por tradição, começam as Negras. Em cada turno, cada jogador coloca uma peça da sua cor numa intersecção vazia.

Se, como consequência de colocar a nova peça, algum grupo adversário ficar sem liberdades, esse grupo é capturado e removido do tabuleiro, sendo as respectivas peças designadas por prisioneiros.

Uma peça não se pode suicidar, i.e., não pode ser colocada de tal modo que o grupo a que pertence fique sem liberdades, a não ser que esta jogada capture alguma peça adversária.

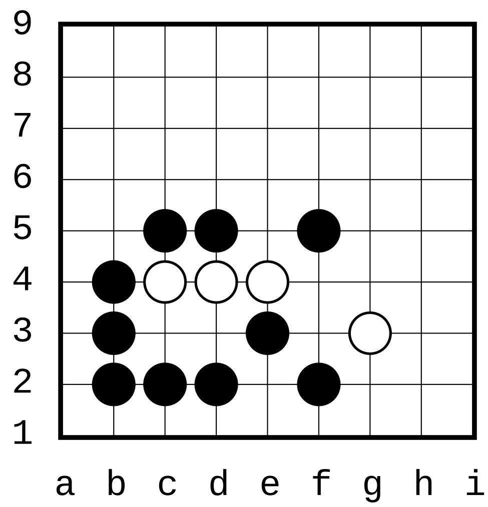
Regra do Ko — um jogador não pode repetir a posição do tabuleiro do turno anterior.

Objectivo

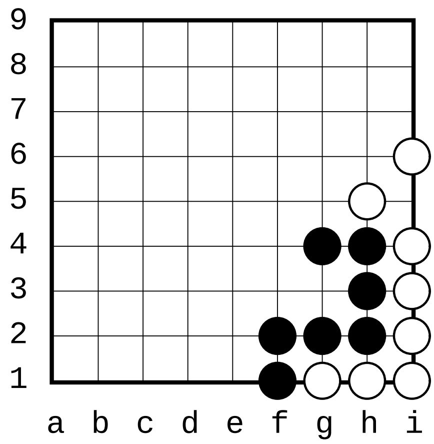
Quando os dois jogadores passarem consecutivamente, o jogo termina. São retiradas as peças que se encontram dentro do território inimigo cuja captura seja inevitável. Cada jogador soma o seu número de peças e o número de intersecções nos territórios que controla. Ganha quem detiver a maior soma. Em caso de empate ganham as Brancas (i.e., o segundo jogador).

Notas

Quanto maior a liberdade de um grupo, mais força este tem. Um grupo que possui só uma liberdade está ameaçado de captura. Os jogadores devem evitar essa situação precária em relação aos seus grupos. No exemplo seguinte o grupo branco possui quatro liberdades. Se for colocada uma peça branca em c3, o grupo passa a ter três liberdades. Se for colocada uma peça branca em f4, o grupo passa a ter cinco liberdades (uma jogada melhor que a primeira).

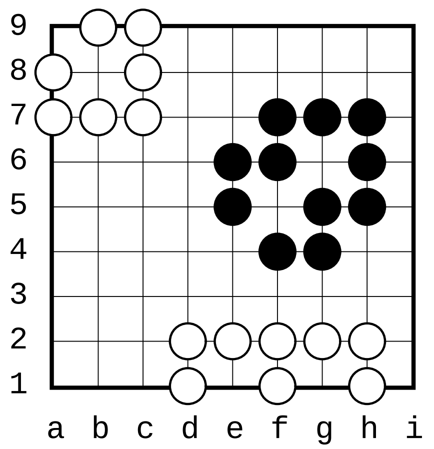


Em relação à regra de suicídio, é permitido colocar uma peça num local sem liberdades desde que existam capturas. Assim, depois de remover as peças capturadas, o grupo ao qual a peça pertence volta a ter liberdades. No diagrama seguinte, pode-se jogar uma peça negra em i5, porque é capturado o grupo das seis peças brancas.



A regra do suicídio viabiliza a existência de um padrão essencial ao Go, os grupos vivos. Um grupo diz-se vivo se a sua estrutura for tal que o jogador adversário não o consiga capturar em nenhuma circunstância.

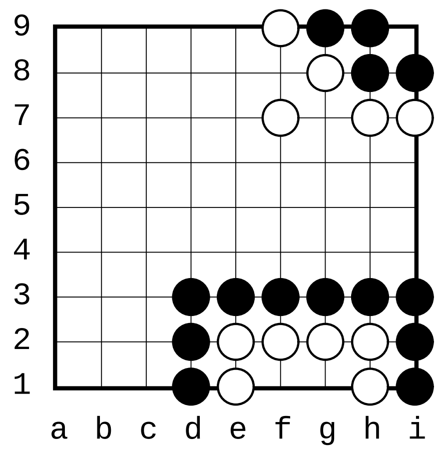
O exemplo seguinte mostra alguns grupos vivos. Em todos eles existem dois territórios separados. Colocar uma peça num dos territórios não é possível (seria suicídio). Para o adversário conseguir capturar um desses grupos teria de jogar duas peças ao mesmo tempo, o que é ilegal. A estes dois territórios chama-se olhos, e diz-se que um grupo vive se conseguir formar dois olhos.



Já o diagrama seguinte mostra dois grupos que não estão vivos.

O grupo negro do canto superior direito só possui uma liberdade em i9. Se as Brancas jogarem aí, capturam o grupo.

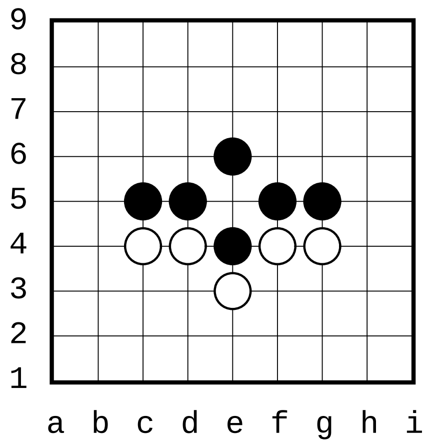
O grupo branco em baixo possui duas liberdades. Porém, se as Negras jogarem em f1, o grupo branco fica em perigo. Mesmo se as Brancas capturem f1 (jogando g1), de seguida o grupo é capturado com uma nova jogada negra em f1.



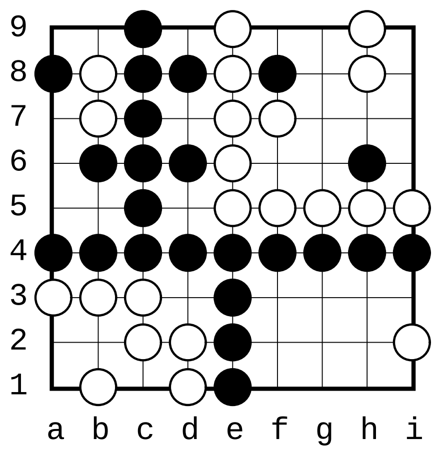
A regra do Ko é utilizada para evitar situações em que ambos os jogadores ficariam eternamente a repetir a mesma sequência de lances.

No exemplo seguinte, considere que as Negras acabaram de jogar em e4 capturando uma peça branca em e5. Pela regra do Ko, as Brancas não podem capturar e4 jogando em e5, porque isso implicaria repetir a posição do turno anterior. Por isso têm de jogar noutra intersecção.

De notar que no turno seguinte esta restrição deixa de ter efeito. Se as Negras não se protegerem jogando e5, as Brancas poderão fazê-lo (e, nesse momento, a regra do Ko passa a ser aplicada às Negras).



O diagrama seguinte é um exemplo de um fim de partida (ambos os jogadores passaram) num tabuleiro pequeno. São removidas as peças que pertencem a grupos que não estão vivos e que se encontram dentro de território adversário. Neste exemplo, são três peças brancas (i2, b7 e b8) e duas peças negras (f8 e h6).



Contam-se os respectivos territórios. Cada jogador tem dois. O território branco à esquerda vale 4, enquanto o da direita vale 13. Já o território negro da esquerda vale 8 enquanto o da direita vale 12. Existem ainda territórios que não pertencem nem às Negras nem às Brancas (por exemplo, d3 ou d9), que não são contabilizados. Para além disso contamos o número de peças de cada jogador: as Negras têm 20 peças e as Brancas têm 19. Assim, a pontuação das Brancas é igual a 19 (peças) + 17 (territórios) = 36 pontos.

A pontuação das Negras é igual a 20 (peças) + 20 (territórios) = 40 pontos. Ganharam a Negras!

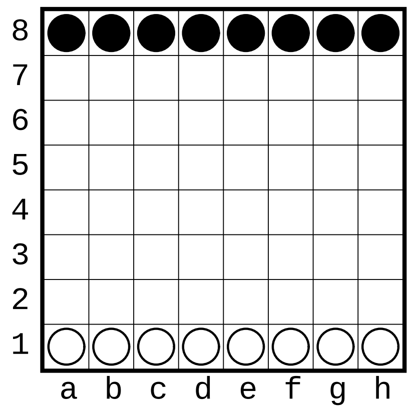
Como as Negras possuem uma certa vantagem por começarem, é comum dar uma pontuação extra às Brancas (que no Oriente se denomina *Komi*). Um valor comum para o *Komi* é de 5.5 (a parte decimal permite evitar empates).

Gogol

Autor desconhecido.

Material

Um tabuleiro quadrado de 8 linhas por 8 colunas, 8 soldados e 1 rei brancos, 8 soldados e 1 rei negros.



Regras

No início, cada jogador coloca o seu rei num quadrado vazio, desde que dê origem a uma posição válida (ver adiante).

Em cada turno, cada jogador move uma das suas peças:

Os soldados podem deslocar-se para qualquer quadrado vazio, desde que resulte numa posição válida.

Os reis movem-se em linha recta (na ortogonal ou diagonal) por um ou mais quadrados vazios (como a rainha do xadrez).

O soldado, assim como o rei, pode capturar peças inimigas adjacentes, saltando por cima delas e caindo no quadrado seguinte (que tem de estar vazio para a captura ocorrer). A captura não é obrigatória e não se pode capturar mais do que uma peça em cada jogada.

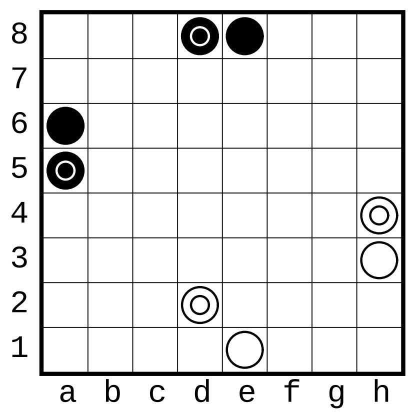
Posições inválidas — existem alguns locais para onde os jogadores não podem mover os seus reis:

O rei não pode estar na 1.ª ou na 8.ª coluna e, simultaneamente, estar adjacente a um soldado aliado que esteja nessa mesma coluna.

O rei não pode estar na sua 1.ª linha e, simultaneamente, estar adjacente a um soldado aliado também nessa linha.

O rei não pode estar na sua 2.ª linha e, simultaneamente, estar adjacente (ortogonal ou diagonalmente) a um soldado aliado na 1.ª linha.

O diagrama seguinte mostra algumas posições inválidas:



Objectivo

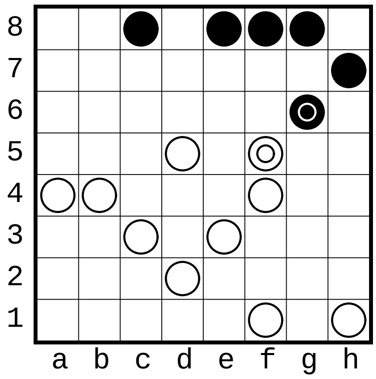
Ganha o jogador que conseguir mover o seu rei para a última linha ou capturar o rei adversário.

Notas

Os cantos são posições muito fortes. Se um peão inimigo se colocar num canto, não é possível capturá-lo.

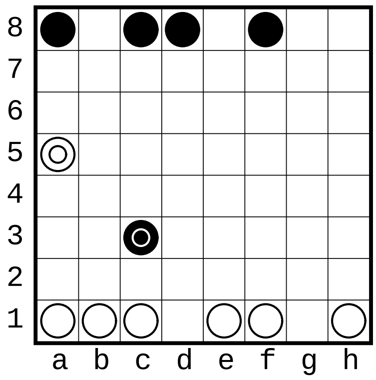
Os jogadores devem ter cuidado para não desguarnecer demasiado a sua 1.ª linha, pois ficam sujeitos a que o rei adversário se coloque numa posição que ameace mover-se para duas casas da 1.ª linha, ganhando assim o jogo (costuma chamar-se *forquilha* a este tipo de movimento com duas ameaças).

No diagrama seguinte, o rei negro ameaça mover-se para g1, e, ao mesmo tempo, obriga o rei inimigo a defender-se (desguarnecendo b1). As Brancas acabaram de perder o jogo...

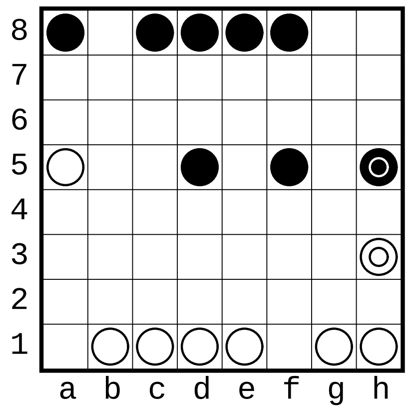


Quando já se perdeu alguns peões, deve-se evitar que o rei adversário se coloque na 3.ª linha do jogador sem que este tenha aí peças. Se isso ocorrer, o adversário pode empatar o jogo simplesmente movendo o rei para uma das colunas que não tenha um peão na 1.ª linha (assim está constantemente a ameaçar ganhar, fazendo com que o jogador esteja continuamente a defender-se).

O seguinte diagrama mostra um caso desses. Se o rei negro se mover para d3, as Brancas têm de defender-se, colocando um peão em d1 (não podem colocar em d2, pois o rei negro capturava d3:d1 ganhando o jogo). Bastaria agora o rei mover-se para outra coluna desguarnecida para que o impasse se mantivesse.



O diagrama seguinte mostra uma posição onde as Brancas tentam uma posição mais vantajosa através de um sacrifício. Ao mover o peão g1 para h6, as Negras vêem-se com o seguinte dilema: se capturam com o seu rei (h5:h7), as Brancas respondem com h3-h5, ameaçando colocar um peão no canto h8. O rei negro tem de se mover para g6 para evitar ser capturado de imediato, mas, nesse momento, as Brancas vencem com h5:f7. A melhor forma de evitar o sacrifício é mover-se para outro quadrado. Porém, as Brancas podem utilizar o peão em h6 para ameaçar o rei negro, abrindo caminho para o seu rei atingir h8.



Gomoku

O Gomoku é um jogo tradicional japonês jogado num tabuleiro de Go (ver p. 59). As suas origens, como as do Go, são chinesas e derivam do jogo ancestral *wuzi*. O nome completo é *Go-moku Narabe*, que significa literalmente "cinco pedras numa linha".

Material

Um tabuleiro quadrado de 19 linhas por 19 colunas (joga-se nas intersecções). Um número suficiente de peças Brancas e Negras (cerca de 75 para cada cor).

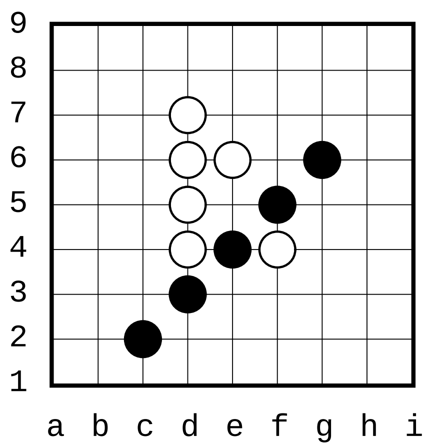
Regras

Começam as Negras, colocando uma peça na intersecção central. Em cada turno, cada jogador coloca uma peça da sua cor numa intersecção vazia.

Objectivo

Ganha o jogador que conseguir criar uma linha (ortogonal ou diagonal) com exactamente cinco peças da sua cor.

No diagrama seguinte mostra-se uma linha diagonal negra com cinco peças.



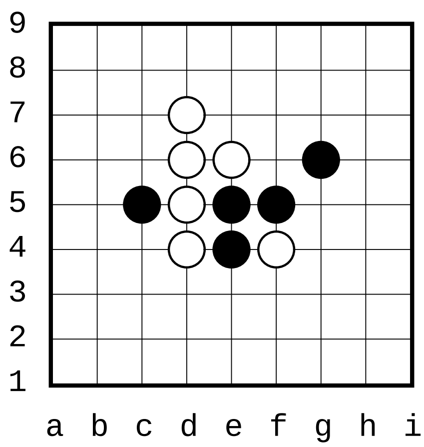
Notas

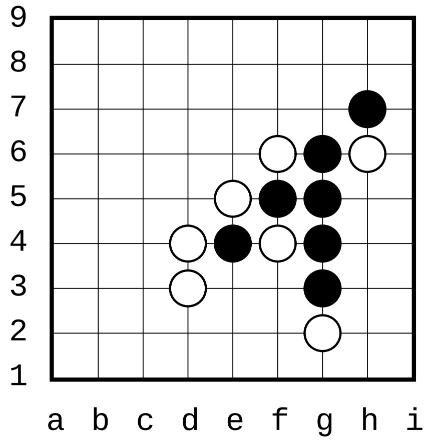
O primeiro jogador tem uma grande vantagem inicial. Existe uma versão mais elaborada do jogo, denominada *Renju*, que, através de um complexo leque de restrições, tenta equilibrar as forças entre os dois jogadores. Aqui propomos a seguinte regra extra:

Um jogador coloca três peças negras e duas brancas no tabuleiro. O outro escolhe cores. Se este escolher Brancas, continua a jogar. Se escolher Negras, passa a vez.

Existem padrões que resultam numa vitória certa. Se um jogador obtiver uma linha de quatro peças em que as extremidades adjacentes sejam intersecções vazias, o adversário não consegue evitar a construção de uma linha de cinco.

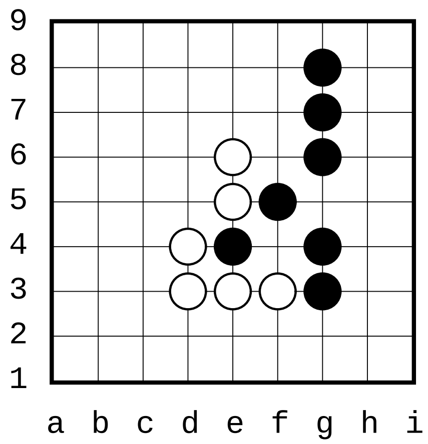
Os diagramas seguintes mostram alguns desses padrões vencedores. No primeiro exemplo, as Brancas ganham pela dupla ameaça em d3 e d8. No segundo exemplo, as Negras acabaram de jogar em g6. Deste modo ameaçam vencer tanto em g7 como i8.

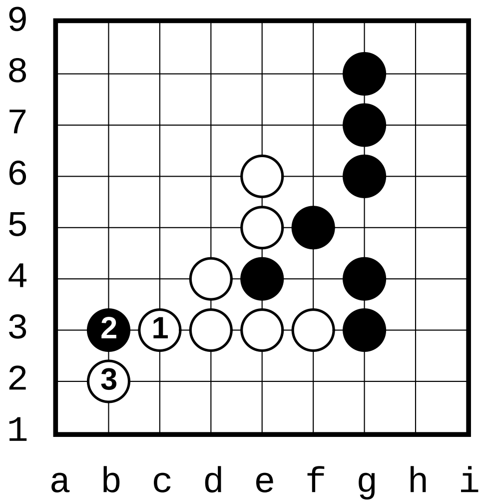




Está implícito nas regras que as linhas com mais de cinco peças não servem para vencer.

No seguinte diagrama, as Brancas ganham o jogo se jogarem em c3. As Negras têm de evitar a linha de cinco brancas jogando em b3. A resposta negra em g5 é inútil porque cria uma linha de seis peças. Depois de b3, as Brancas jogam em b2, vencendo com a ameaça dupla em a1 e f6.





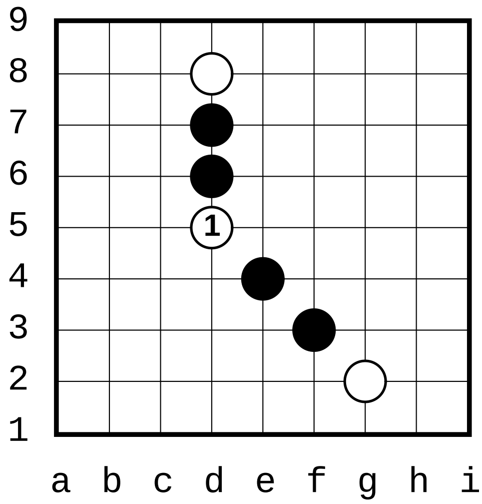
Variantes

Existem muitas variantes do Gomoku (o jogo do galo pode ser visto como uma variante). Apresentamos aqui duas que consideramos tão interessantes como o jogo original.

Gomoku Ninuki

As regras são as do Gomoku, mas o jogador pode capturar, por custódia, pares de peças adversárias. Vence quem conseguir uma linha de cinco ou capturar primeiro dez peças.

No diagrama seguinte, as Brancas podem capturar quatro peças negras jogando em d5 (ou seja, duas capturas por custódia simultâneas).



Gomoku com punhal

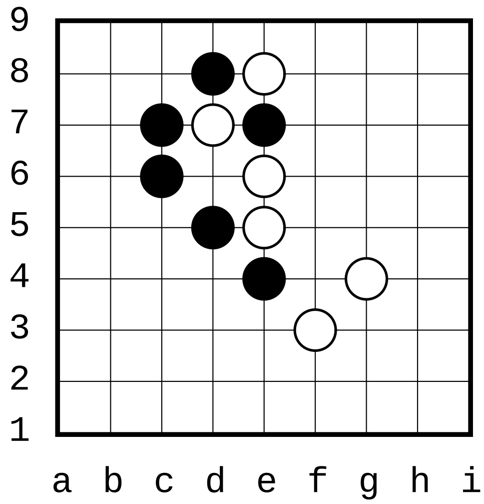
Para descrever esta variante precisamos da seguinte definição.

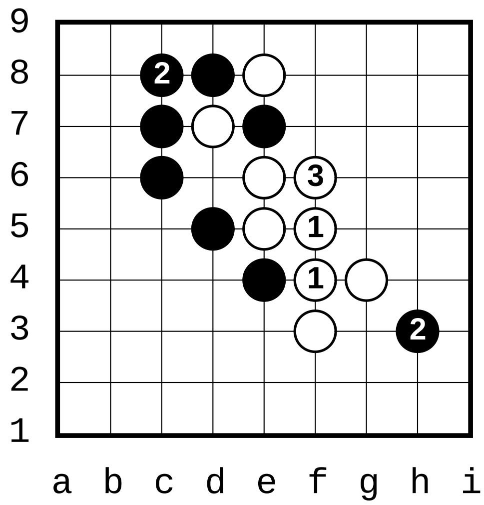
Punhal — A capacidade de jogar duas vezes no mesmo turno. Não se pode utilizar o punhal no turno em que se vence.

As regras são idênticas, mas o segundo jogador começa com um punhal. Quando um jogador usa o punhal, este passa para o adversário. Um jogador não pode utilizar o punhal em dois turnos consecutivos, excepto se for para se proteger de uma derrota imediata.

No exemplo seguinte são as Brancas a jogar (e detêm o punhal). Jogam o punhal (passando-o para as Negras), colocando peças em f4 e f5. As Negras têm de se defender jogando h3 e c8. As Brancas recebem novamente o punhal (mas não podem utilizá-lo neste turno). No entanto, basta agora jogar f6, ganhando com a dupla ameaça em f7 e f2.

Na posição inicial, as Brancas não podem ganhar de imediato jogando o punhal em f5 e h3, porque este não pode ser utilizado no turno da vitória.


9
8
7
6
5
4
3
2
1
a b c d e f g h i


9
8
7
6
5
4
3
2
1
2
3
1
1
2
a b c d e f g h i

Gonexão

Este jogo foi inventado por João Neto em 2000. Procurou-se misturar a estratégia do Go com a riqueza táctica do Hex, definindo um jogo de conexão entre lados opostos, onde a noção de área é essencial.

Material

Um tabuleiro quadrado de 12 linhas por 12 colunas (joga-se nas intersecções). Um número suficiente de peças Brancas e Negras (cerca de 75 para cada cor).

Regras

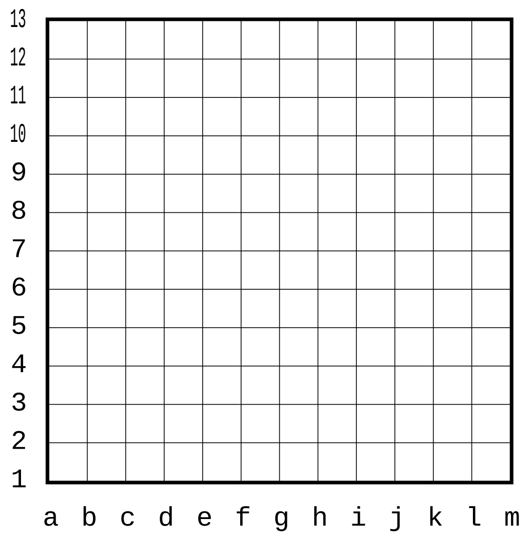
As regras do Go aplicam-se (ver p. 59) excepto no seguinte:

O jogador não pode passar o seu turno.

É usada a regra do equilíbrio, ou seja, o primeiro jogador coloca uma peça negra no tabuleiro e o outro escolhe uma das duas cores para jogar.

Objectivo

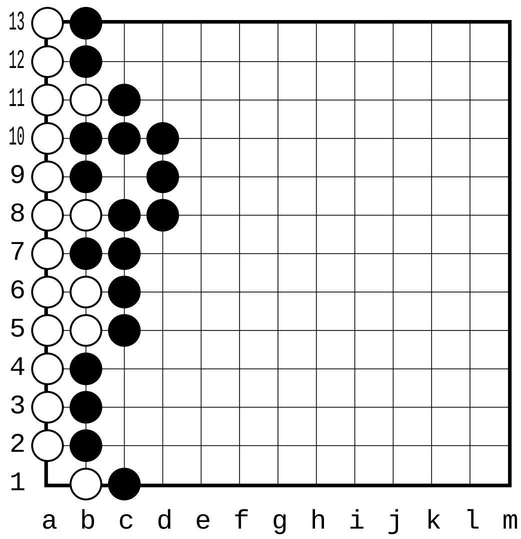
Um jogador ganha se conseguir um conjunto de peças conectadas entre dois lados opostos (da esquerda para a direita ou de cima para baixo), ou se o adversário não conseguir jogar, por não dispor de lances legais.



Notas

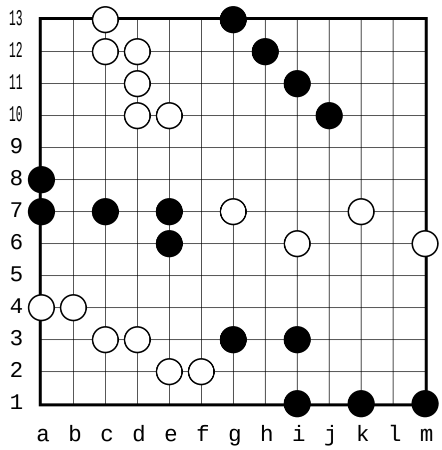
A primeira excepção às regras do Go (não se pode passar) implica que todas as estruturas possam ser capturadas a médio prazo (no Go, os grupos com dois olhos não se conseguem capturar). Isto sucede porque, se o jogador não tiver outros locais para jogar, vai acabar por estragar essas estruturas.

Um suicídio não pode ser executado mesmo que isso resulte numa conexão entre dois lados. No exemplo seguinte, as Brancas não podem jogar em a1 porque esse grupo ficaria sem liberdades.



Na sua parte inicial, cada jogador pretende estabelecer um conjunto de peças da respectiva cor, que lhe garanta uma conexão e, assim, a vitória no jogo. Geralmente, quanto mais sólida é uma ligação, mais lento é o desenvolvimento das peças. Alguns tipos de conexão estão exemplificados no diagrama seguinte (da esquerda para a direita e de cima para baixo):

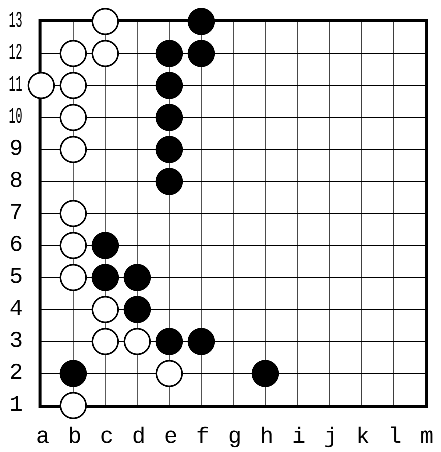
- Forte e muito lento;
- Igualmente forte e duas vezes mais rápido;
- Quase tão forte como os dois primeiros;
- Rápido mas não tão forte;
- Lento (mas mais rápido que o primeiro) e forte;
- Forte e rápido.



Os jogadores podem misturar estes tipos de conexões (de facto, a 5.ª conexão é uma mistura das duas primeiras). Tudo depende das peças que estão perto. Se uma conexão está ameaçada por peças inimigas, pode ser necessária uma ligação mais sólida. Se, pelo contrário, existirem peças aliadas por perto, uma conexão mais rápida e menos sólida é a melhor solução.

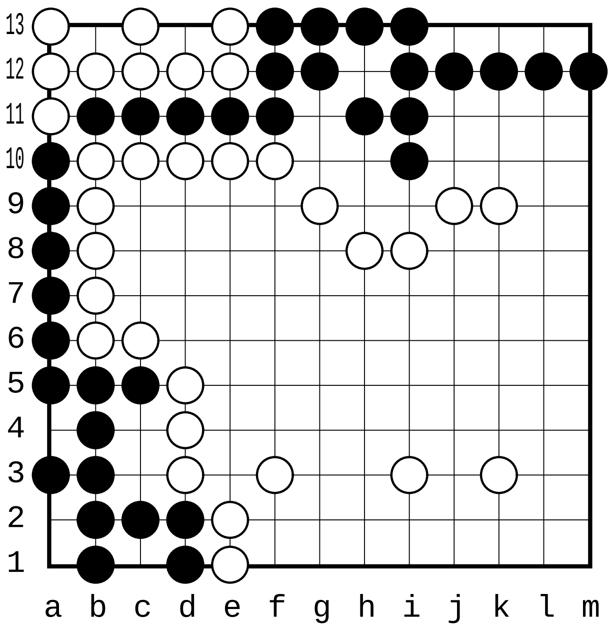
Em certos momentos do jogo ocorrem corridas para determinar quem conecta as suas peças primeiro. Se um jogador percebe que está atrás na corrida, pode colocar peças em posições que atrasem o adversário (que por sua vez faz o mesmo).

No seguinte exemplo, as Negras estão atrás na corrida. Se colocarem uma peça em b4, atrasam as Brancas em duas jogadas (b3 e a4 para capturar b4), o que lhes permite compensar a desvantagem.



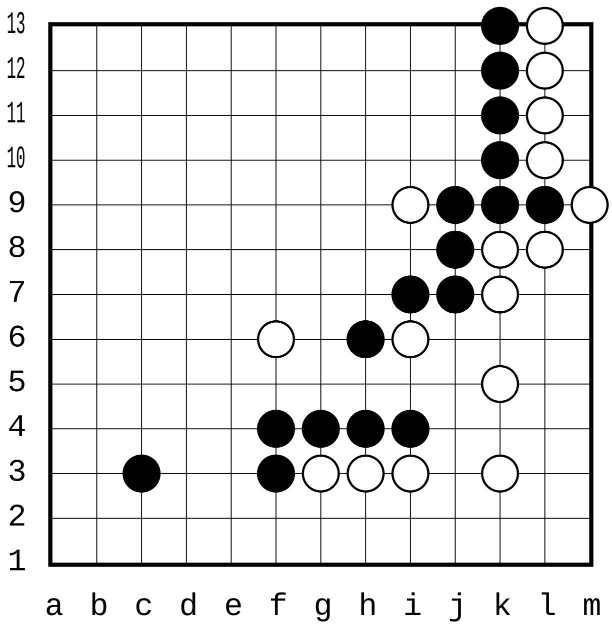
É natural que com o desenrolar dos jogos surjam situações de bloqueio, ou seja, situações em que nenhum jogador consegue estabeler uma ligação entre lados opostos. A partir desse momento é muito importante ter uma área de influência maior do que a do adversário. Quanto maior for a área que se controla, menos opções o adversário possui para jogar e mais cedo vai ter de colocar peças nas intersecções que garantem a manutenção dos seus próprios grupos que provocam o bloqueio. Quando um dos jogadores consegue capturar um desses grupos, a vitória está perto.

No diagrama seguinte existe um bloqueio no quadrado de vértices diagonalmente opostos a11 e b10. No entanto, a influência das Brancas é de tal modo superior à das Negras que, muito provavelmente, a sua vitória já está assegurada.



O Gonexão não é simplesmente uma variante do Go, apesar de obviamente ter sido inspirado nele e ambos partilharem um conjunto de regras básico. Na medida em que os objectivos são distintos, a estratégia utilizada — principalmente no início do jogo — é bastante diferente. Existe uma tensão inicial mais fácil de entender no Gonexão, tornando-o mais acessível aos principiantes.

Exemplo de uma partida: c3 f6, f3 g3, g4 h3, h4 j3, j4 l3, f4 l5, h6 j9, k7 l7, k8 m8, l9 m10, m9 n9, l10 m11, l11 m12, l12 m13, l13 l8, k9 j6, j7 (as Brancas desistem) 1 - 0. O diagrama seguinte mostra a posição final:



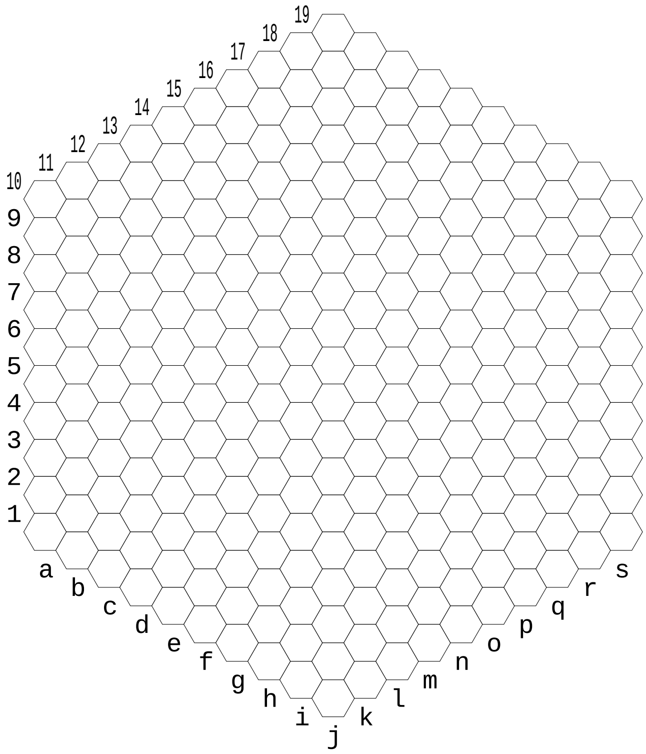
As Negras venceram a corrida; necessitam de quatro peças para ganhar, enquanto as Brancas precisam de seis. Não existe forma de compensar este atraso.

Havana

Este jogo foi concebido por Christian Freeling nos anos 80. É um jogo de regras simples e múltiplos objectivos, mas com uma estratégia profunda, que se reflecte na dimensão do tabuleiro utilizado.

Material

Um tabuleiro hexagonal com 10 hexágonos de lado. Um número suficiente de peças Brancas e Negras (cerca de 100 peças de cada cor).



Regras

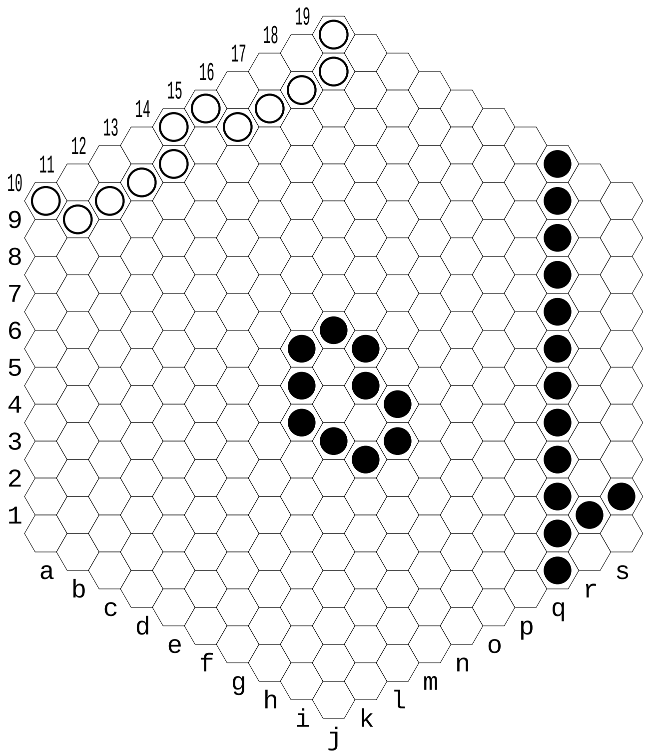
Em cada turno, cada jogador coloca uma peça num hexágono vazio.

Objectivo

Ganha o primeiro jogador que conseguir realizar um dos três padrões seguintes:

- Um anel: uma cadeia de peças da sua cor que rodeie pelo menos um hexágono (esteja ele vazio ou ocupado).
- Uma ponte: uma cadeia de peças da sua cor que ligue dois cantos.
- Um Y: uma cadeia de peças da sua cor que ligue três lados (os cantos não pertencem a nenhum lado).

O diagrama seguinte mostra um exemplo de um anel (que rodeia três hexágonos), de uma ponte (que liga os cantos a10 e j19) e de um Y (que liga os lados este, sudeste e nordeste).



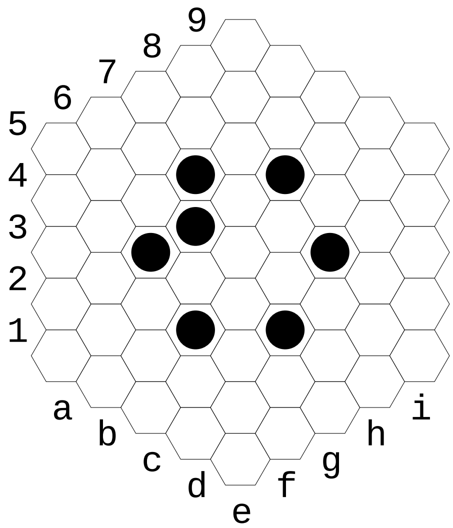
Notas

Mesmo sendo um jogo de conexão, parte do caminho para a vitória passa pela influência que as peças do jogador estabelecem sobre o tabuleiro. O centro é especialmente importante, pois facilita o acesso aos seis lados, permitindo uma maior flexibilidade para a construção de pontes e Ys.

Para ganhar com uma ponte, o jogador precisa de colocar duas peças em locais nada centrais (os cantos). Para além disso, é fácil ao adversário bloquear uma ponte se colocar uma peça sua no canto que o jogador ainda não ocupou. Por este motivo, as pontes devem ser vistas como estruturas que pressionam o adversário no meio do jogo, e não como alvos a atingir desde o início.

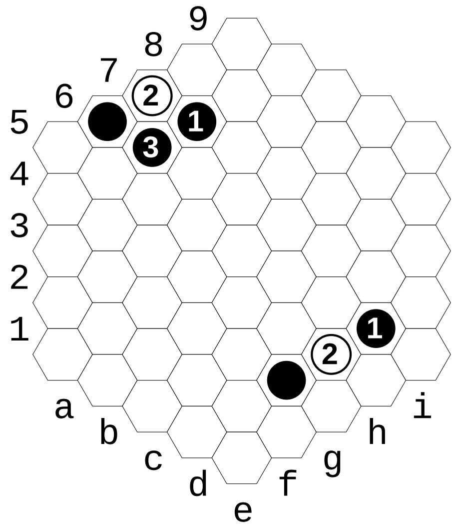
Uma estratégia consiste em criar estruturas que sejam seguras, i.e., que possam conduzir a uma vitória qualquer que seja a resposta do adversário (excepto se o adversário conseguir construir uma estrutura semelhante mais rapidamente).

O diagrama seguinte mostra uma dessas estruturas, que garante a execução de um anel.

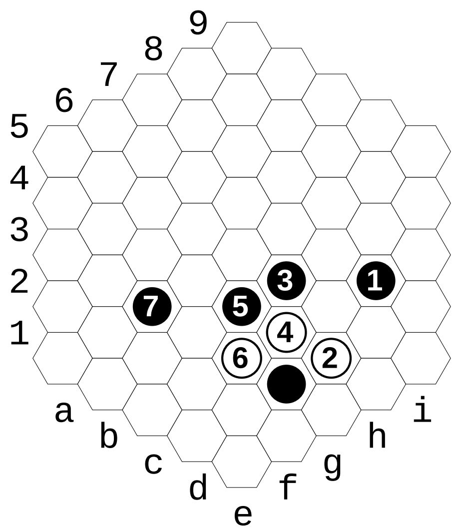


Existem várias tácticas, umas que permitem salvaguardar, outras bloquear, a criação de estruturas. Uma das principais questões é saber como estender uma ou mais peças numa determinada direcção.

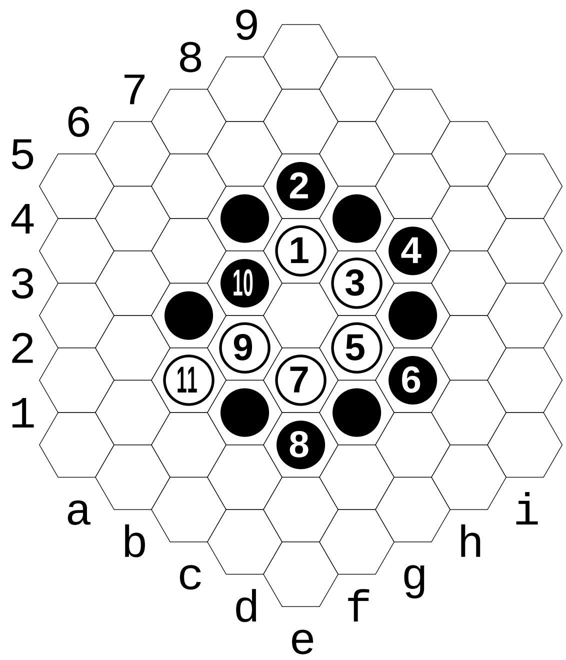
A forma mais segura é a extensão simples (parte superior do diagrama seguinte). Se as Negras jogarem em d7, a ligação com a peça b6 é garantida (se as Brancas tentam cortar em c7, jogam em c6 e vice-versa). Já a outra extensão (de f3 para h5) pode ser facilmente interrompida (com g4).



Outras extensões mais rápidas são igualmente cortadas, como se observa a seguir. Porém, as Negras, ao obrigarem as Brancas a cortar a eventual extensão, criaram uma nova extensão com h6, f5, e4, c3. Ou seja, uma extensão é mais importante como ameaça do que como ligação efectiva da peça estendida!



Existem estruturas que parecem seguras mas não o são. No exemplo seguinte, as Brancas conseguem eliminar a ameaça das Negras de criarem uma estrutura segura. Até à jogada 9, as Brancas obrigaram a Negras a conectar quase totalmente o anel. Porém, se as Negras jogassem c3 (em vez de d5), as Brancas ganhariam o jogo com d4, porque formariam um anel interior ao anel negro. Assim, em resposta a d4, as Brancas forçam a saída do anel em c3 destruindo a ameaça.



Referências

http://www.mindsports.net/Arena/Havannah/

Hex

O jogo Hex foi inventado (pelo menos) duas vezes. Uma pelo matemático e poeta dinamarquês Piet Hein em 1942, a outra pelo matemático americano John Nash em 1948. No entanto, foi Martin Gardner quem o popularizou nas colunas da *Scientific American*.

Material

Um tabuleiro hexagonal em forma de losango de 11 por 11 hexágonos de lado. Um número suficiente de pedras brancas e negras.

Definição

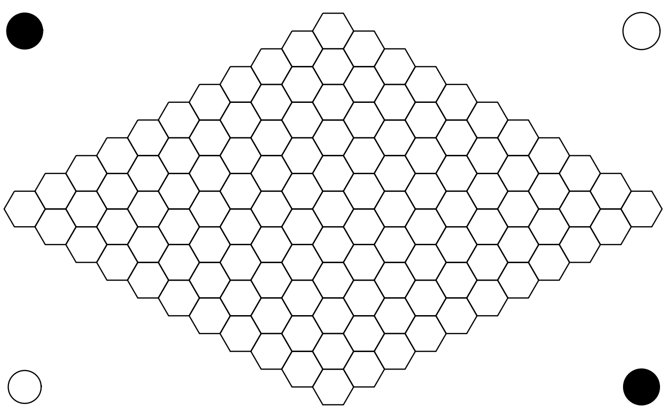
Adjacência — duas peças são adjacentes se os hexágonos que ocupam partilham uma aresta.

Grupo — um conjunto conexo de peças da mesma cor.

Regras

Hex joga-se num tabuleiro como o ilustrado abaixo. Há dois jogadores, Branco e Negro. Cada jogada consiste em colocar uma peça da cor correspondente num dos hexágonos vazios.

Vale a *regra do equilíbrio*: no seu primeiro lance, o segundo jogador pode trocar de cores e aproveitar o lance efectuado pelo seu adversário.



Objectivo

As Negras ganham se criarem um grupo de peças negras que ligue os lados sudeste e noroeste do tabuleiro.

As Brancas ganham se criarem um grupo de peças brancas que ligue os lados sudoeste e nordeste do tabuleiro.

Notas

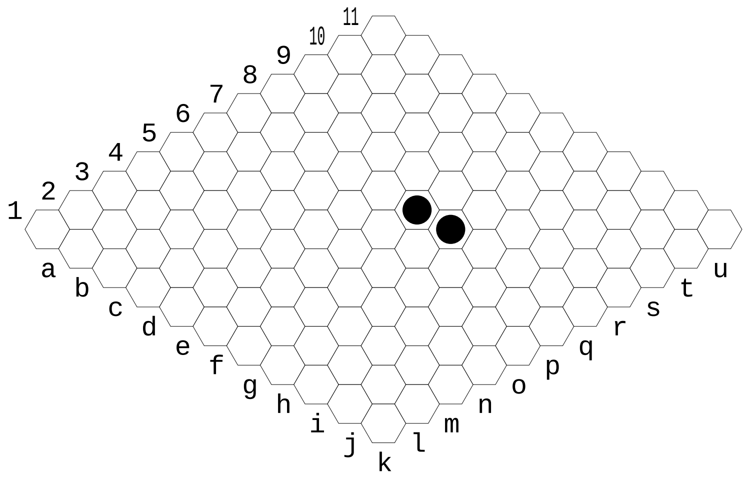
A regra do equilíbrio é essencial, já que o matemático David Gale mostrou que este jogo nunca pode terminar empatado, independentemente da habilidade dos intervenientes, e John Nash mostrou que qualquer jogo de Hex pode, em princípio, sem a regra do equilíbrio, ser sempre ganho pelo primeiro jogador, se este conhecer a estratégia apropriada. Contudo, para dimensões não triviais do tabuleiro (11×11 é um dos casos, claro) ninguém conhece essa estratégia. O argumento de Nash prova a existência de uma estratégia vencedora para o primeiro jogador, mas nada nos ajuda a encontrá-la. Trata-se de uma demonstração por absurdo. Vale a pena recordá-la.

Já referimos que nenhum jogo de Hex pode terminar empatado, logo, ou o primeiro ou o segundo jogador tem uma estratégia vencedora.

Suponhamos que era o segundo jogador que, jogando perfeitamente, tem a vitória assegurada. Então o primeiro começa por jogar aleatoriamente, e encara-se como sendo o segundo jogador, roubando-lhe a estratégia vencedora que se supôs existir. Sempre que tiver de jogar onde, por acaso, já o tinha feito, torna a jogar à sorte... Assim, tem a vitória garantida, partindo do princípio de que há estratégia vencedora para o segundo. Resumindo: se admitirmos que o segundo jogador vai ganhar então... o primeiro ganha! Absurdo. Como alguém tem de dispor de uma estratégia vencedora, terá de ser o primeiro.

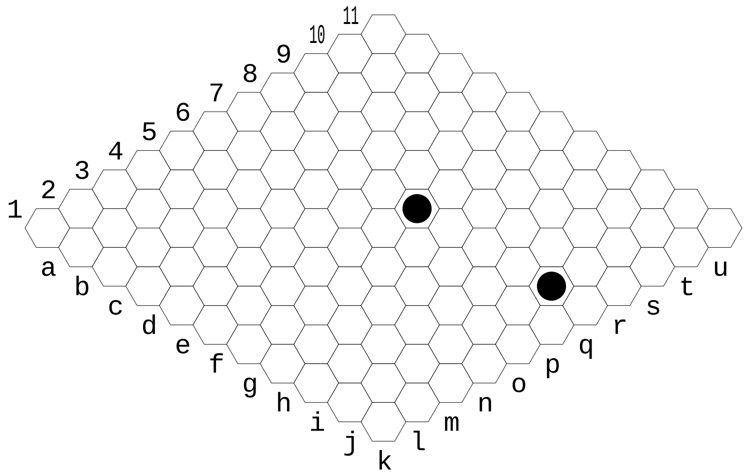
Este argumento é agora clássico, e aplica-se a muitos jogos, tendo ficado conhecido por *argumento do roubo de estratégia*.

Tratando-se de um jogo de conexão, interessa saber como estender um grupo. Um avanço para uma casa contígua parece muito modesto.



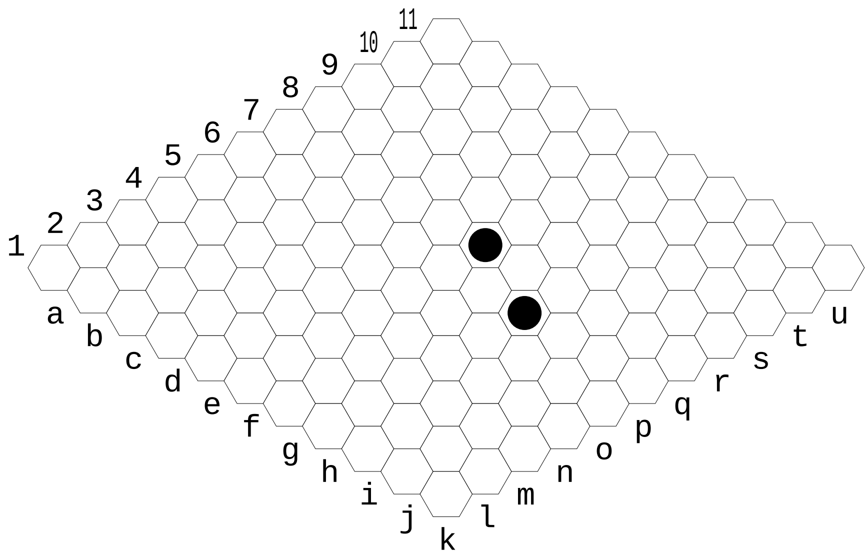
Aqui as peças em l7 e m7 estão demasiado perto uma da outra, contribuindo pouco para ligar as margens pretendidas.

Por outro lado, uma extensão exagerada pode ser cortada pelo adversário



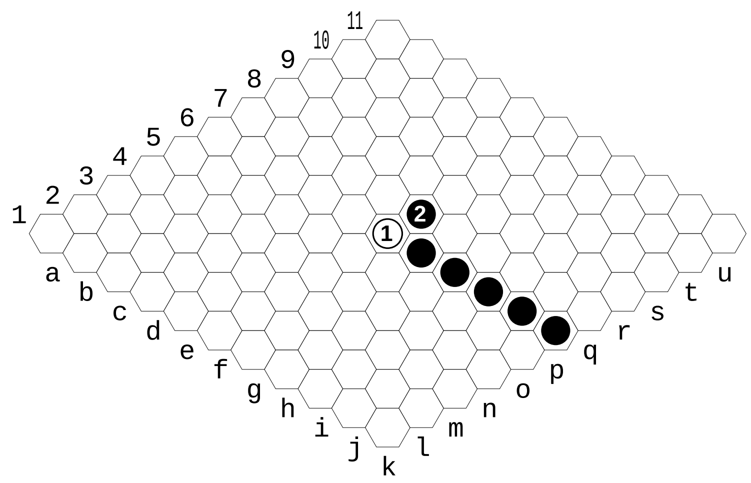
Neste caso, as peças em l7 e p2 podem ser efectivamente separadas se as Brancas jogarem em n7.

Uma boa ligação, que não estende muito, mas é robusta, é a *ponte*, que consiste em ter duas peças que partilhem a vizinhança de dois hexágonos:

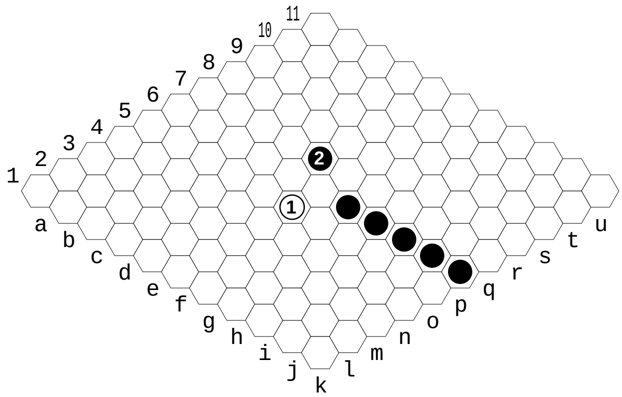


Aqui, se as Brancas tentarem cortar jogando em l6, as Negras respondem em m7, e se as Brancas jogarem em m7, as Negras ripostam em l6. As duas peças negras podem, portanto, considerar-se ligadas.

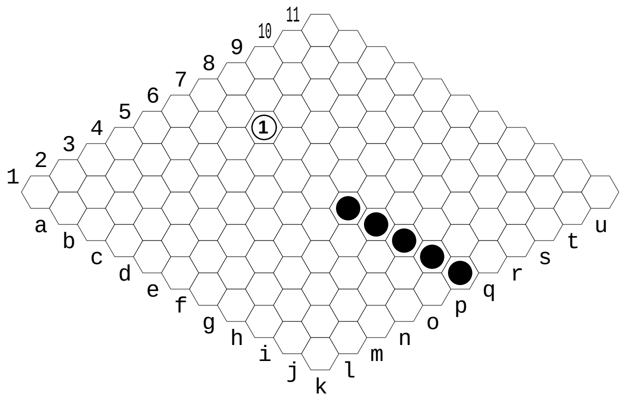
As jogadas defensivas também têm de ser bem pensadas. Por exemplo, para tentar bloquear um grupo adversário, não devemos jogar muito perto dele, sob pena de o ver estender-se com facilidade:



A tentativa de bloquear em k6 é contrariada pela resposta em l7. Mesmo à distância de uma ponte, o bloqueio é ineficaz:



Quando as Brancas ocupam j5, as Negras respondem em k7. As boas jogadas são a uma distância maior, como a ilustrada:



Referências

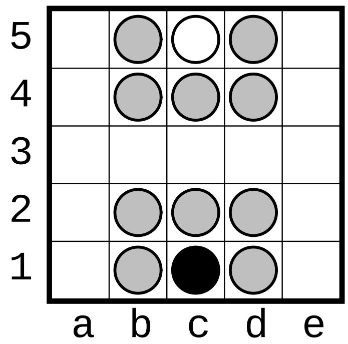
Browne, C., *Hex Strategy: Making the Right Connections*, A. K. Peters, 2000;
Gale, David, "The game of Hex and the Brouwer fixed point theorem", American Mathematical Monthly 86(10):818-827.
Hexy em http://home.earthlink.net/ vanshel/

Hobbes

Este jogo foi inventado em 2002 por Dan Troyka. É um jogo onde dois reis com grande capacidade de movimento manobram peças neutras de modo a capturar o adversário ou a colocá-lo num beco sem saída. O nome e a dinâmica do jogo são devidos ao filósofo inglês do século XVII Thomas Hobbes, que, na obra *Leviathan*, pretendeu mostrar como o povo deveria gravitar à volta de uma soberania absoluta para evitar a violência e os conflitos de um suposto estado natural.

Material

Um tabuleiro quadrado de 5 linhas por 5 colunas, uma peças negra, uma peça branca e dez peças cinzentas.

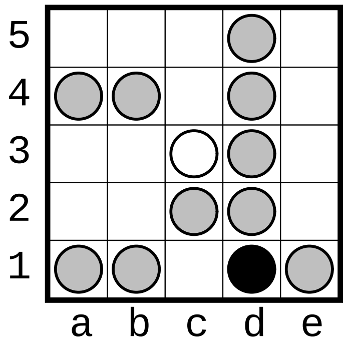


Regras

Em cada turno, cada jogador executa a seguinte ordem de acções:
1. Opcionalmente, move o seu rei para um quadrado vazio adjacente na horizontal ou vertical. Este movimento pode ser repetido quantas vezes o jogador achar necessário. Se conseguir ficar adjacente ao rei adversário (não contam as diagonais), pode capturá-lo.
2. Obrigatoriamente, tem de fazer uma das seguintes acções:

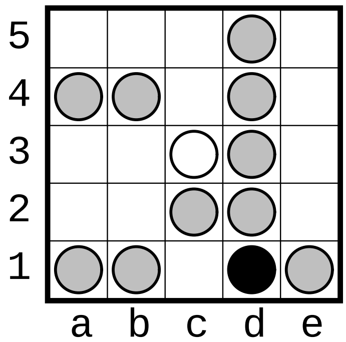
a) Empurra por um ou mais quadrados uma peça neutra que esteja horizontal ou verticalmente adjacente ao seu rei. A peça neutra tem de ocupar um quadrado vazio, e o rei ocupa o quadrado original dessa peça neutra.

A figura mostra o rei branco a empurrar d3 por um quadrado:



b) Puxa, por um ou mais quadrados, uma peça neutra que esteja horizontal ou verticalmente adjacente ao seu rei. A peça neutra ocupa o quadrado onde se encontrava o rei, e o rei ocupa o quadrado vazio oposto ao quadrado original da peça neutra.

Vejamos um exemplo em que o rei branco puxa d3 dois quadrados:

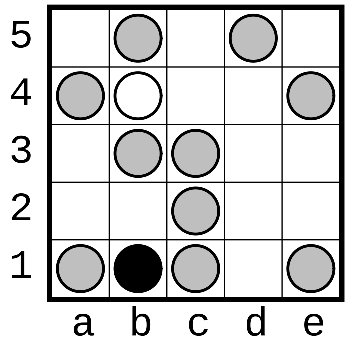


Objectivo

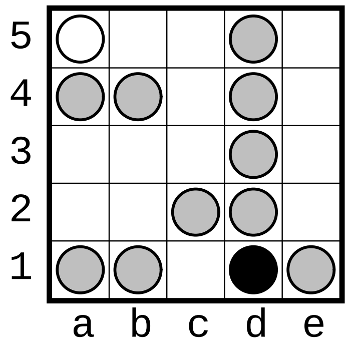
O jogador ganha capturando o rei adversário ou impedindo que ele se mova.

Notas

Existem duas formas de vencer: impedindo o adversário de se mover ou capturando o seu rei. No diagrama seguinte temos um exemplo da primeira situação. O rei branco pode mover-se para d2 e empurrar a peça de c2 para b2 (movendo-se o rei branco para c2). Deste modo, a única jogada possível das Negras é empurrar a peça c1 para d1 (movendo-se o rei negro para c1). No turno seguinte, o rei branco captura o adversário.

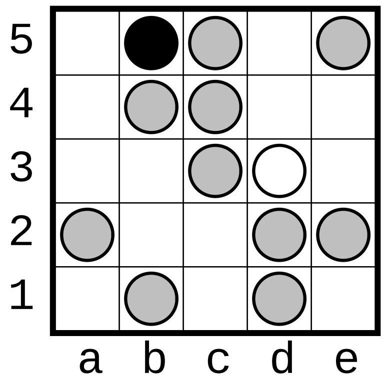


O próximo diagrama retrata a segunda forma de vitória: o rei branco move-se para c3 e empurra a peça neutra de c2 para c1. As Negras não possuem jogadas válidas, perdendo o jogo.



Cada jogador deve procurar diminuir a área de movimento do rei adversário de modo a diminuir as suas possibilidades tácticas. Neste pequeno tabuleiro (é possível jogar Hobbes em tabuleiros maiores, com mais peças neutras), a primeira jogada de empurrar a peça neutra da frente é uma jogada muito forte e deve ser evitada entre jogadores mais experientes.

No diagrama seguinte, são as Brancas a jogar. A jogada que garante a vitória passa por empurrar c3 dois quadrados até a3 (ficando o rei branco em b3). Desto modo, as Negras têm apenas uma jogada possível, empurrar c5 para d5. As Brancas respondem, empurrando b4 para b5. Agora o rei negro só pode empurrar b5 ou c4, ficando à mercê do rei branco, que o captura na jogada seguinte.

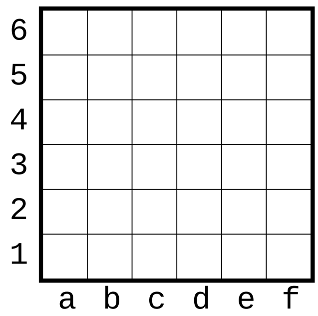


Intersecções

Autor desconhecido.

Material

Um tabuleiro quadrado de 6 linhas por 6 colunas, 20 peças brancas e 20 peças negras.



Definições

Intersecção: Célula que intersecta a linha e a coluna das 2 peças originais.

Regras

No início do jogo, as Negras colocam uma peça na coluna da esquerda e as Brancas uma peça na linha superior (nenhuma pode ocupar a casa a6). As Brancas, após a colocação da sua peça, colocam outra peça branca na intersecção da linha com a coluna das duas peças iniciais.

Em cada turno, cada jogador faz deslizar a sua peça inicial (na vertical para as Negras, na horizontal para as Brancas) e coloca uma peça da sua cor na respectiva intersecção. O jogador é obrigado a jogar para uma intersecção que tenha um quadrado vazio. Se não existirem quadrados vazios, pode jogar para uma intersecção ocupada por uma peça que muda de cor (se era branca, torna-se negra e vice-versa). As peças iniciais não podem deslizar para o canto superior esquerdo (ou seja, para o quadrado a6).

Objectivo

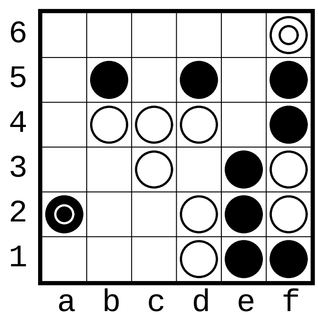
Ganha o jogador que conseguir um quatro em linha na vertical, horizontal ou diagonal.

Notas

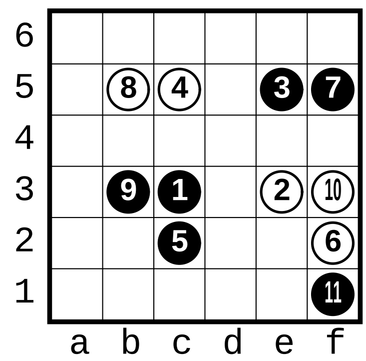
Este jogo é extremamente táctico, não havendo espaço nem tempo para uma estratégia a prazo. É necessário manter as linhas abertas de modo a aumentar o número de possibilidades de conseguir um quatro em linha que garanta a vitória.

O jogador que desliza pelas colunas deve evitar ter linhas quase preenchidas (e vice-versa), porque isso cria situações onde o adversário pode trocar as cores das peças já existentes no tabuleiro (por já não haver quadrados vazios para jogar).

Dado ser obrigatório jogar para intersecções vazias, é comum no meio jogo ocorrerem posições onde é possível forçar o adversário a uma sequência que garanta a vitória. Observamos uma situação dessas no diagrama seguinte (as peças iniciais estão marcadas com um círculo). É o turno das Brancas, que só podem mover-se para a coluna b ou c. Se jogarem para a coluna c, colocando uma peça em c2, as Negras podem forçar a vitória movendo-se para c5. As Brancas são forçadas a jogar para e5 (o único quadrado vazio disponível), a partir do qual as Negras ganham colocando uma peça em e4, realizando um quatro em linha vertical.



Segue-se a descrição de uma partida onde começaram as Brancas, colocando a peça inicial em c6, e as Negras a sua em a3. Na intersecção (c3) é colocada uma peça negra. De seguida, as Brancas fazem deslizar a sua peça para e6, colocando uma peça em e3, e assim sucessivamente. Na posição do diagrama seguinte, o movimento 11 das Negras é a único admissível, dado que jogar em f4 daria uma vitória imediata às Brancas em d4. Porém, na posição actual, as Brancas podem ganhar jogando para c1. Deste modo, as Negras são obrigadas a jogar para c4 (único quadrado vazio nessa coluna), o que permite às Brancas mover-se para d4 e ganhar com um quatro em linha diagonal.

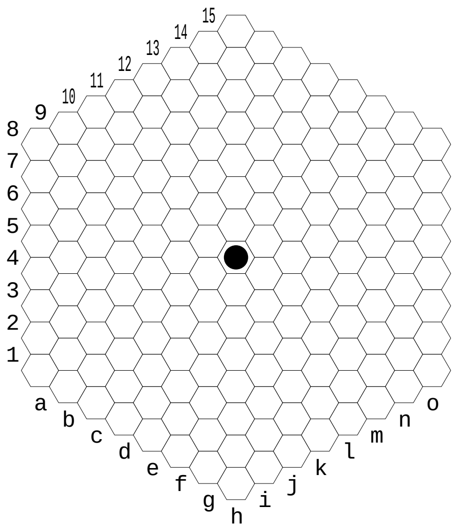


Iqishiqi

Este jogo foi inventado por João Neto em 2003. O nome deriva dos seguintes termos: IQI (ichi), que é o número um em chinês, OSHI de puxar e QI (chi) de jogo. A sonoridade deste nome pretende significar "o jogo de puxar uma peça".

Material

Um tabuleiro hexagonal com oito hexágonos de lado. Uma peça negra (a peça neutra) e um número suficiente de peças brancas (cerca de 75).



Definições

Grupo — um conjunto conexo de peças brancas.

Lados do tabuleiro — cada jogador possui três lados do tabuleiro não adjacentes entre si.

Nomeiam-se os jogadores como "Este" (o jogador que possui os lados este, noreste e sudoeste) e "Oeste" (o que possui os lados oeste, nordeste e sudeste).

Regras

Em cada turno, cada jogador coloca uma peça branca num hexágono vazio que permita empurrar a peça neutra.

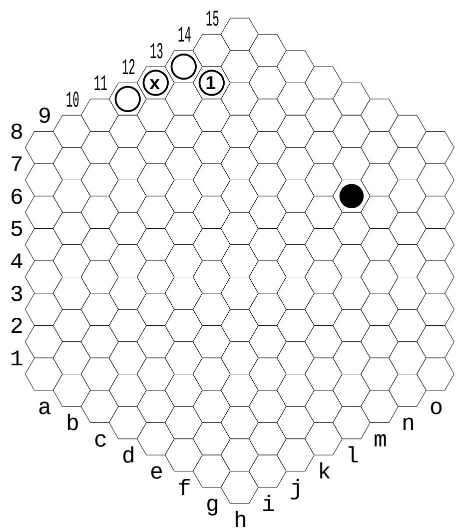
A peça neutra só é empurrada se a peça for colocada num grupo onde uma das suas peças (inclusive a peça jogada) estiver na linha de visão da peça neutra (ou seja, se não existir qualquer peça no meio das duas peças referidas). Nesse caso, a peça neutra é empurrada (i.e., segue no sentido oposto da linha de visão) exactamente o número de hexágonos igual ao número de peças que constituem o grupo.

Objectivo

Quando a peça neutra é movida para um dos lados do tabuleiro, ganha o jogador que possuir esse lado. Se a peça se mover para um canto, ganha o jogador que realizou a jogada.

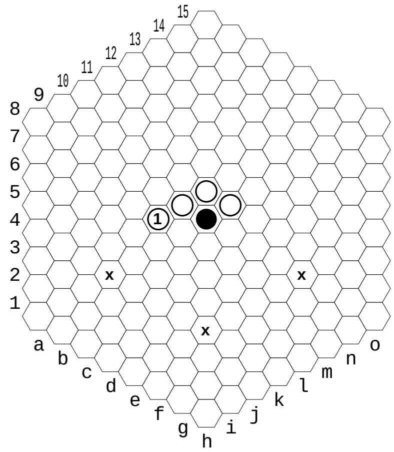
Notas

A peça neutra não pode ser empurrada para o lado do tabuleiro se não conseguir avançar o número de casas exactamente igual ao número de peças do grupo. No seguinte exemplo, a jogada 1 é inválida. Apesar de a peça marcada com x estar na linha de visão da peça neutra, não consegue empurrar a peça para o lado do tabuleiro dado que a peça neutra só poderia mover-se três hexágonos nessa direcção, enquanto o grupo tem quatro peças.

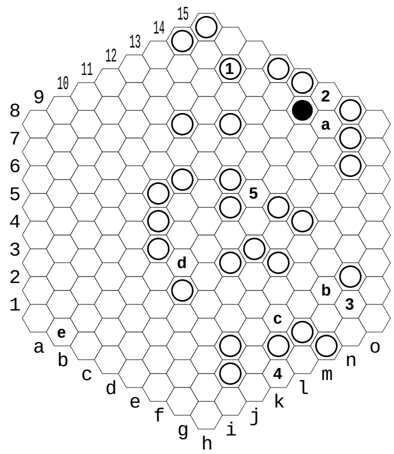


Uma jogada pode empurrar a peça neutra em mais de uma direcção (porque a peça neutra pode estar na linha e visão de várias peças do grupo).

No diagrama seguinte, a peça 1 pode empurrar a peça neutra até um dos hexágonos marcados:



Considere a posição seguinte com Oeste a jogar. Se for largada a peça 1, existe uma sequência forçada que lhe garante a vitória (os números indicam as posições obrigatórias das sucessivas jogadas; as letras, as posições para onde a peça neutra se desloca). As jogadas 2 e 4 são as únicas possíveis.

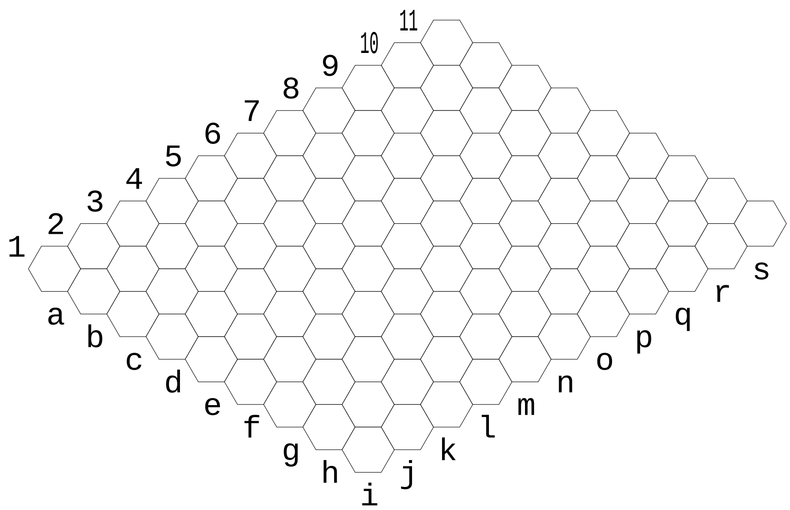


Jade

Este jogo, de 2001, é da autoria de Mark Thompson. Baseado no Hex (ver p. 87), a diferença fundamental entre os dois consiste na possibilidade de os jogadores utilizarem qualquer das cores para atigirem os seus objectivos (que são diferentes e contraditórios). Desta forma, há uma tensão constante, dado que todas as peças podem ser utilizadas por ambos.

Material

Um tabuleiro hexagonal em forma de losango de 9 por 11 hexágonos de lado. Um número suficiente de peças brancas e negras (cerca de 50 para cada).



Definições

Grupo — um conjunto conexo de peças da mesma cor.

Regras

Os jogadores chamam-se “Cruz” e “Paralelo”. Cruz começa o jogo.

Em cada turno, cada jogador coloca uma peça (de qualquer cor) num hexágono vazio.

Objectivo

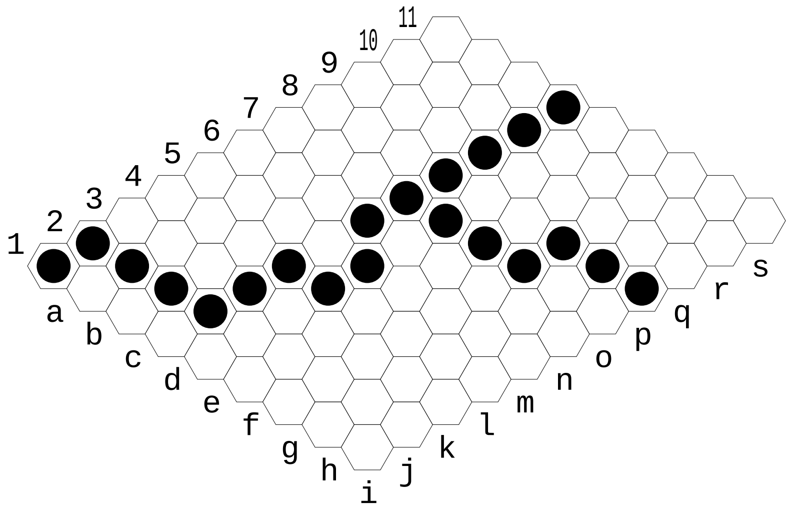
Cruz ganha se conseguir que um grupo (de peças brancas ou negras) ligue os quatro lados do tabuleiro.

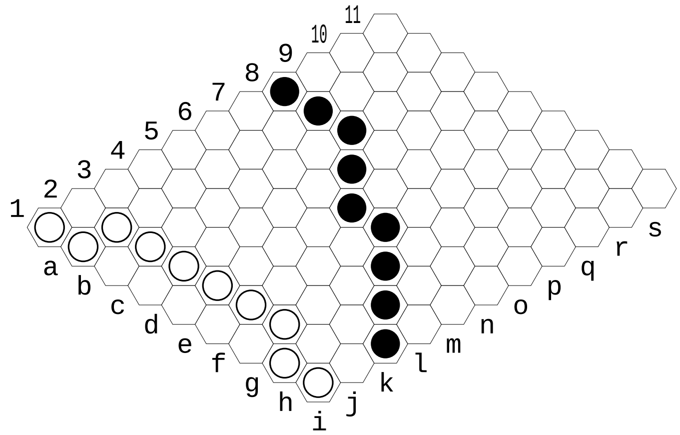
Paralelo ganha se conseguir que dois lados opostos do tabuleiro sejam ligados por dois grupos, um de brancas outro de negras.

Notas

Os objectivos de Cruz e Paralelo não podem ser satisfeitos ao mesmo tempo. Não havendo empates, um dos jogadores tem inevitavelmente de ganhar.

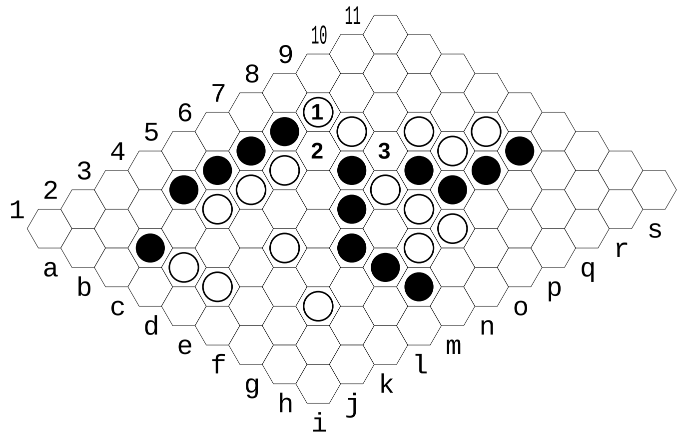
Nos dois diagramas seguintes observamos dois exemplos de vitória, o primeiro para Cruz, o segundo para Paralelo:





Os jogadores (principalmente Cruz) não se devem esquecer de que podem utilizar qualquer das duas cores. É habitual existir uma iniciativa do Cruz, que Paralelo tenta neutraizar. De facto, o tabuleiro das regras originais do Jade era o do Hex, mas a vantagem do Cruz cifrava-se numa média de 75 por cento de partidas ganhas. Desse modo, adicionaram-se duas linhas extras ao tabuleiro para dificultar a sua tarefa e assim equilibrar o jogo.

Existem posições em que se pode forçar o adversário a perder por jogar num hexágono onde qualquer das duas cores implica uma derrota. A situação seguinte é um exemplo possível. Cruz colocou uma peça branca em i8, forçando uma decisão no hexágono i7. Consoante a peça colocada em i7, Cruz coloca uma peça dessa cor em k8, criando uma posição que lhe garante a vitória.

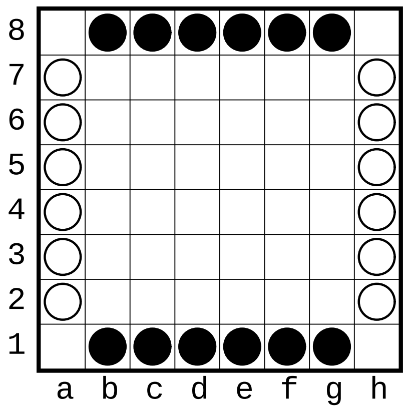


Linhas de acção

Este jogo foi inventado em 1969 por Claude Soucie e é descrito em [GG]. Recolheu a atenção da comunidade científica de Inteligência Artificial, tendo sido produzidos alguns programas que vencem os melhores jogadores do mundo (como o programa Mona, da Universidade de Alberta, no Canadá).

Material

Um tabuleiro quadrado de 8 linhas por 8 colunas, 12 soldados negros e 12 soldados brancos.



Definição

Um grupo é um conjunto de peças da mesma cor, onde cada peça é adjacente (ortogonal ou diagonalmente) a pelo menos outra peça do mesmo grupo. Considera-se que uma peça isolada forma um grupo (por exemplo, na posição de partida cada jogador começa com dois grupos).

Regras

Uma peça pode-se mover em linha recta (na ortogonal ou na diagonal) exactamente quantas peças (de ambas as cores) existirem nessa linha. É possível saltar por cima de peças da mesma cor. Se uma peça se deslocar para cima de uma peça adversária, esta é capturada.

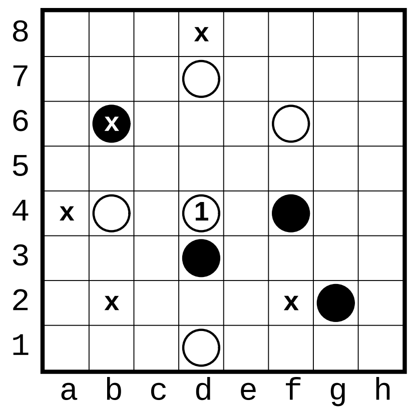
Em cada turno, cada jogador move uma das suas peças.

Objectivo

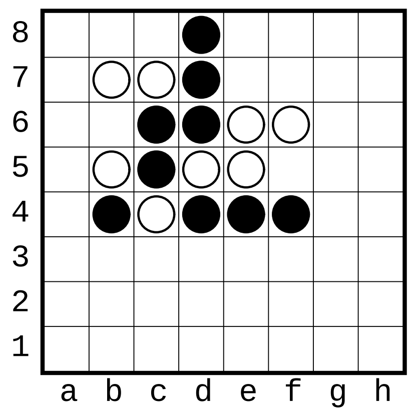
Ganha o jogador que conseguir mover as suas peças de forma a criar um único grupo de qualquer dimensão.

Notas

De início é difícil para um jogador visualizar quais os movimentos possíveis das suas peças. Existem somente quatro linhas a considerar (na horizontal, na vertical e nas duas diagonais). Não esquecer que as nossas peças afectam a mobilidade do adversário. Como exemplo, o seguinte diagrama mostra as possíveis jogadas da peça em d4 (a peça em b6 pode ser capturada).

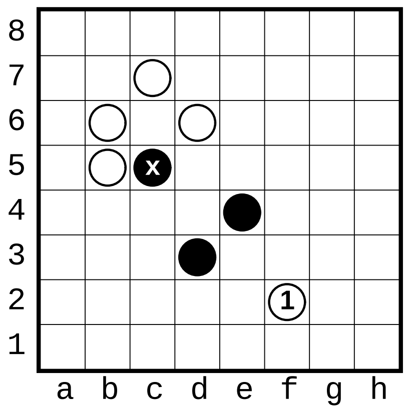


O seguinte exemplo mostra uma posição vencedora para as Negras que conseguiram ligar as suas peças num único grupo.



Se um jogador move uma peça e satisfaz a condição de vitória para os dois jogadores, a vitória é do jogador que moveu. No diagrama seguinte, as

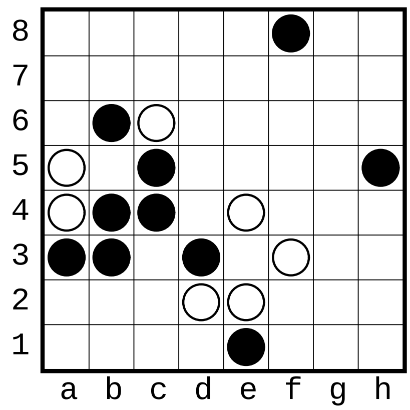
Brancas movem f2 para c5, capturando a peça negra. Com esta captura ambos os jogadores ficaram reduzidos a um grupo, mas a vitória é das Brancas.



Existe uma tensão na captura das peças do adversário. Quanto menos peças ele tiver, mais difícil será a sua movimentação. Porém, também será mais fácil atingir a vitória, porque necessita de reunir um menor número de peças. No limite, se um jogador se vir reduzido a uma única peça, cumpre as condições de vitória. Isto implica que as jogadas de sacrifício (onde se deixa o adversário capturar peças para obter vantagem posicional) podem ser duplamente vantajosas, pois, para além de se obter uma melhor posição no tabuleiro, diminuem o número de peças a juntar.

Os jogadores devem escolher uma região para tentar unir as suas peças. Devem evitar-se as hesitações que façam deslocar as peças de um lado para o outro, por implicarem perda de tempo e iniciativa a favor do adversário.

Como as peças não podem saltar sobre peças adversárias, é possível construir muros que separem as peças do adversário. No tabuleiro seguinte, o grupo constituído pelas duas peças brancas em a4 e a5 está separado das restantes pelo grupo negro, que constitui um muro bastante eficiente. As Negras podem unir as suas peças sem grandes ameaças e assim ganhar o jogo.



Referências

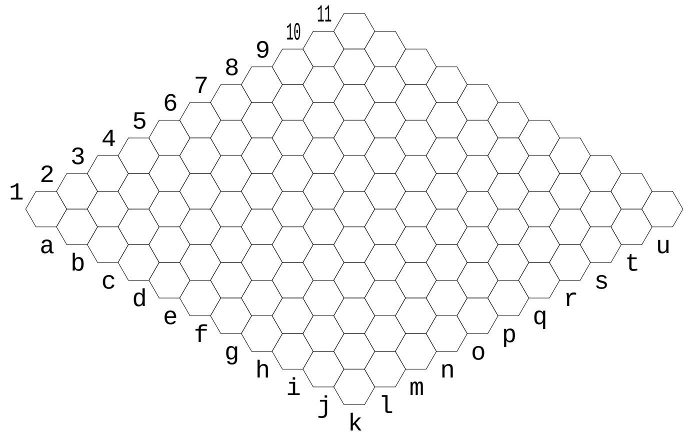
Abstract Games Magazine, 1.
http://www.andromeda.com/people/ddyer/loa/loa.html

Nex

O Nex foi inventado em 2004 por João Neto. É um exemplo de uma variante do Hex ao qual foi aplicado um modificador sobre as regras originais. Neste jogo, o modificador tem a ver com a colocação de peças neutras úteis a ambos os jogadores.

Material

Um tabuleiro hexagonal em forma de losango de 11 por 11 hexágonos de lado. Um número suficiente de pedras brancas, negras e cinzentas (cerca de 50 para cada).



Definições

Grupo — um conjunto conexo de peças da mesma cor.

Regras

Em cada turno, cada jogador deve executar exactamente uma das seguintes opções:

1. Colocar uma peça da sua cor num hexágono vazio, mais uma peça neutra noutro hexágono vazio.

2. Substituir duas peças neutras do tabuleiro por peças da sua cor, e substituir uma peça sua do tabuleiro por uma peça neutra.

Objectivo

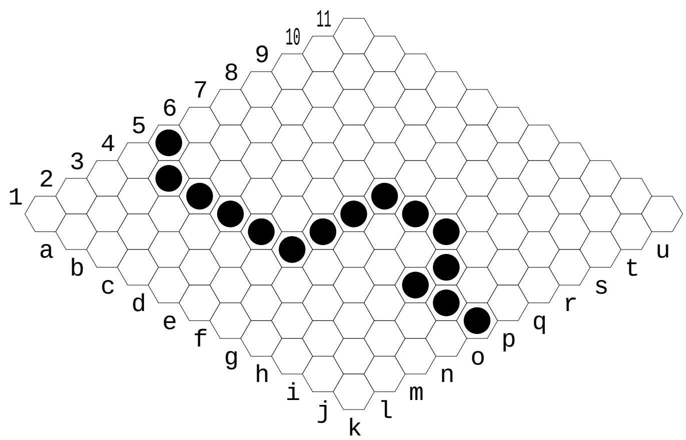
As Negras ganham se criarem um grupo de peças negras que ligue os lados sudeste e noroeste do tabuleiro.

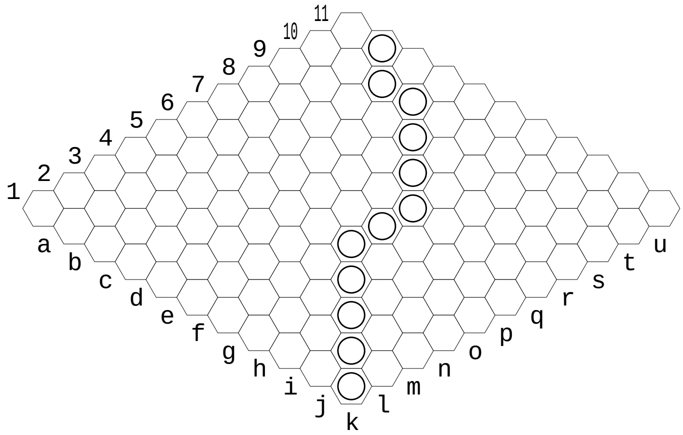
As Brancas ganham se criarem um grupo de peças brancas que ligue os lados sudoeste e nordeste do tabuleiro.

Notas

Como no Hex e no Jade, os objectivos dos jogadores não podem ser satisfeitos simultaneamente. Não havendo empates, um dos jogadores tem inevitavelmente de ganhar.

Nos dois diagramas seguintes observamos dois exemplos de vitória, no primeiro para as Negras, no segundo para as Brancas:

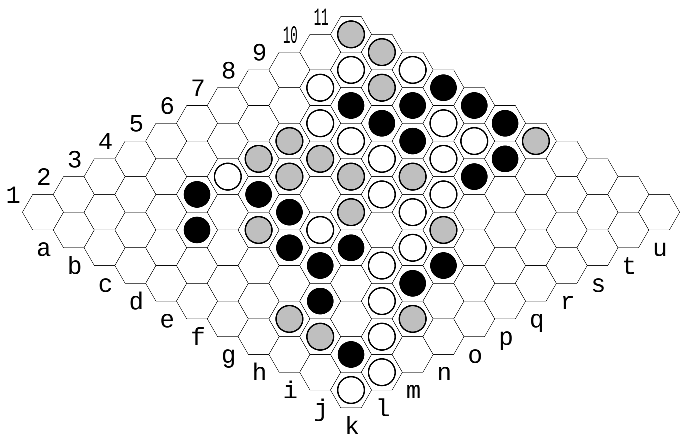




A utilização de peças neutras aumenta a complexidade do jogo sem incrementar em demasia a complexidade das regras. As possibilidades tácticas são maiores, dado que as peças neutras são um benefício e um contratempo partilhado por ambos.

Como as regras são descritas, qualquer que seja a opção dos jogadores, existirá sempre o mesmo número de peças brancas e negras. O número de peças neutras, porém, pode variar ou até mesmo chegar a zero.

Segue-se um exemplo de um fim de uma partida real, onde as Negras desistiram por não conseguirem evitar a tripla ameaça em k11, l11 e l10. No máximo, as Negras substituem duas dessas neutras, ficando uma disponível para as Brancas ganharem o jogo.



Estes jogos estão cheios de subtilezas tácticas. Uma característica interessante é o facto de não existirem peças inúteis no tabuleiro porque é sempre possível aproveitá-las para trocar por duas neutras. Com o acréscimo de peças neutras é costume atingir-se uma massa crítica que desencadeia batalhas de substituições que podem decidir a partida.

Forçar jogadas (ou seja, forçar um jogador a colocar uma peça num hexágono vazio) é uma chave para o sucesso do jogo, dado ser a forma mais eficiente de evitar que o adversário substitua duas peças neutras no turno seguinte.

Nestas partidas é comum existirem dois planos paralelos a serem executados: um com as peças da cor do jogador, outro baseado numa estrutura de peças neutras que tanto pode estar a minar a posição do adversário como a construir um caminho alternativo de vitória.

No caso extremo (e raro) em que o tabuleiro esteja praticamente vazio, convenciona-se o seguinte:

1. quando só sobra um hexágono e não há peças neutras, o jogador coloca só uma peça da sua cor;

2. quando só há uma peça neutra e não há espaços livres, o jogador converte essa peça neutra;

3. quando há uma peça neutra e um espaço livre, o jogador preenche o espaço com uma peça sua, e o adversário converte a peça neutra.

Estas regras auxiliares são necessárias para especificar completamente este jogo e qualquer outro ao qual seja aplicado este tipo de modificador.

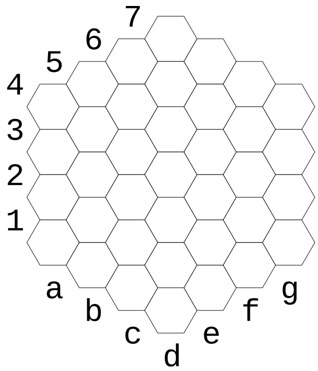
Por experiência própria, aplicar este conceito a outros jogos como o Gomoku, Y e Gonexão, produz variantes jogáveis e bastante mais profundas que os jogos originais.

Nosferatu

Concebido por Chris Huntoon em 2001. Neste jogo, os adversários possuem forças diferentes (e objectivos diferentes) numa contenda entre Nosferatu e os seus vampiros contra um conjunto de aldeões não muito pacíficos.

Material

Um tabuleiro hexagonal com 4 hexágonos de lado, 12 peças brancas (os aldeões) e 7 peças negras (os vampiros) mais uma peça especial, o Nosferatu.



Regras

O tabuleiro começa vazio. As Brancas começam com 12 peças na reserva. As Negras começam com 5 peças mais o Nosferatu igualmente na reserva.

Em cada turno, cada jogador realiza uma das seguintes acções:

1. Colocar uma peça da reserva num hexágono vazio.

   Não se pode colocar uma peça num local onde esta possa ser imediatamente capturada pelo adversário.

2. Mover uma peça sua para um hexágono vazio adjacente.

3. Capturar uma peça adversária adjacente, saltando por cima e pousando na casa seguinte nessa direcção (que tem de estar vazia).

   A peça que saltou pode, opcionalmente, continuar a capturar outras peças se o jogador assim o quiser. Não é obrigatório capturar o maior número de peças possível.

> Quando um aldeão captura um vampiro (ou vice-versa), este é removido do tabuleiro.

A captura tem precedência sobre colocar peças, que por sua vez tem precedência sobre mover peças.

O Nosferatu tem poderes especiais para além dos referidos:

1. Quando se move, o Nosferatu pode deslizar por um ou mais hexágonos vazios numa dada direcção.
2. Quando captura, o Nosferatu pode-se deslocar quantos hexágonos vazios quiser no sentido da captura (ou seja, não é forçado a pousar no hexágono imediatamente a seguir).
3. Os aldeões capturados pelo Nosferatu podem ser transformados em vampiros (se o jogador assim o entender), permanecendo no tabuleiro nessa sua nova forma.

Objectivo

As Negras ganham se capturarem todos os aldeões. As Brancas ganham se capturarem o Nosferatu.

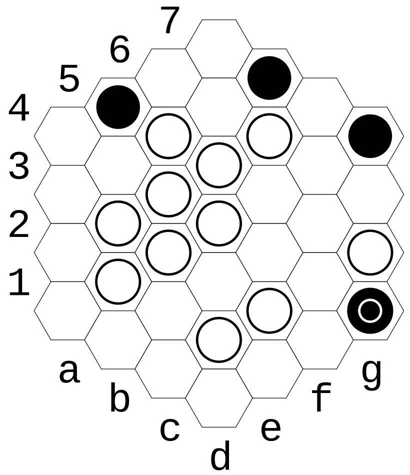
Notas

As precedências referidas implicam que um jogador só pode movimentar as suas peças quando não houver capturas e já tiver colocado todas as peças que tinha na reserva.

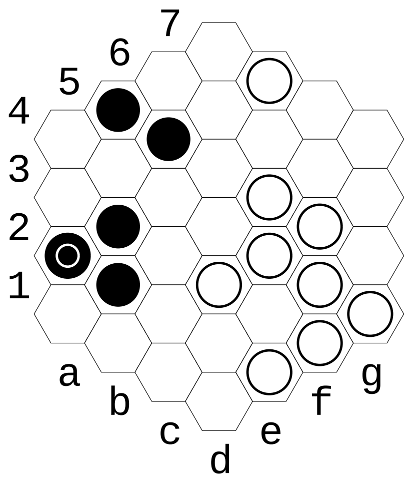
A colocação inicial das peças é fundamental para o resultado da partida. As Brancas devem evitar um confronto antes de as suas peças estarem todas no tabuleiro. Quantos mais aldeões houver, menos mobilidade os vampiros terão e mais fácil será criar armadilhas para os capturar. Do ponto de vista das Brancas, trocar um aldeão por um vampiro é, à partida, uma óptima jogada.

As Negras devem evitar colocar o Nosferatu demasiado cedo. O Nosferatu é uma peça que, devido aos seus poderes especiais, é muito poderosa e ao mesmo tempo muito vulnerável. Poderosa, porque pode capturar muito mais facilmente peças que podem ser transformadas em vampiros (equilibrando a desvantagem numérica inicial); vulnerável porque, sendo a captura obrigatória, não é difícil às Brancas montarem uma armadilha para o capturar.

Os próximos dois diagramas são exemplos destes dois aspectos. No primeiro, encontramos uma situação em que os vampiros aproveitam o seu poder para vencer a partida. A sequência inicia-se com um sacrifício em e7:e5. As Brancas capturam com d5:f5 (a opção d4:f6 não é melhor). Como resposta, o Nosferatu executa a série de dez capturas: g4:g6, g6:d3, d3:d1, d1:d6, d6:b4, b4:e3, e3:e1, e1:a2, a2:c4 e finalmente c4:c2. As Negras venceram a partida capturando todos os aldeões!



No diagrama seguinte observamos a situação inversa. As Brancas movem d3-c2. As Negras têm obrigatoriamente de capturar b2:d2. De seguida e2:c2 e agora o Nosferatu tem de capturar a2:d2:g5 ou a2:e2. Em qualquer dos casos, as Brancas capturam-no a seguir.

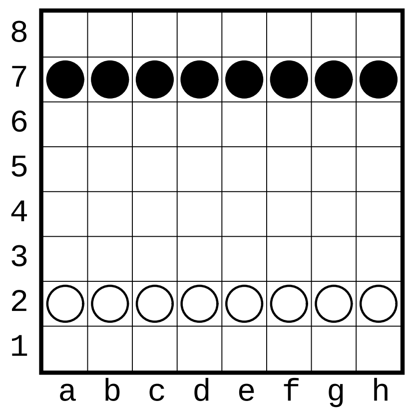


Peões

Este jogo foi inventado em 2000 por Bill Taylor. Baseia-se nas regras do xadrez, mas o vencedor é o primeiro a promover um peão.

Material

Um tabuleiro quadrado de 8 linhas por 8 colunas, 8 peões negros e 8 peõs brancos.

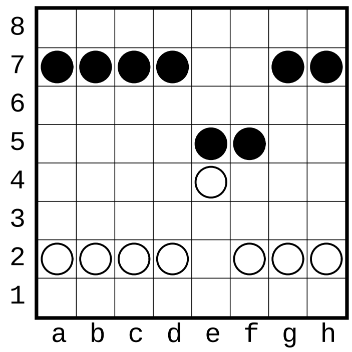


Regras

Começam as Brancas. Alternadamente, cada jogador move um peão. Os peões movimentam-se como os peões do xadrez, ou seja:

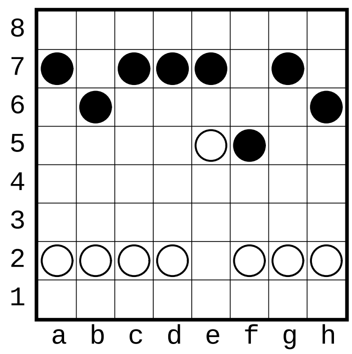
Movem-se para o quadrado da frente se este estiver vazio (exceptuando no seu primeiro movimento, em que se podem mover dois quadrados);

Capturam um peão do adversário se este estiver num dos dois quadrados dianteiros na diagonal. As capturas não são obrigatórias.



Por, exemplo, o peão em e4 pode capturar f5, mas não pode capturar e5.

Capturam *en passant*: Um peão atacando uma casa atravessada por um peão inimigo que avance dois quadrados (i.e., ainda não se tinha movido) pode capturar este peão como se este tivesse movido apenas um quadrado. Esta captura pode ser feita apenas no movimento seguinte ao referido avanço.



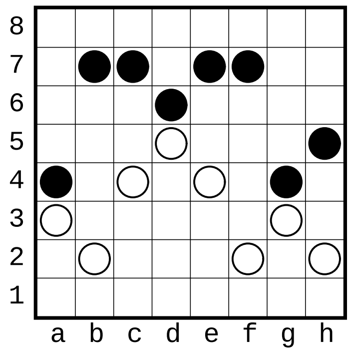
Neste diagrama, as Negras moveram o peão de f7 para f5. Se as Brancas quiserem, podem capturar esse peão *en passant*, movendo-se de e5 para f6.

Objectivo

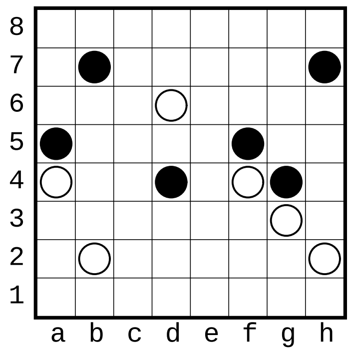
Ser o primeiro a colocar um dos seus peões na última linha ou conseguir impedir o adversário de jogar (quer por não ter peões, quer por estar encurralado).

Notas

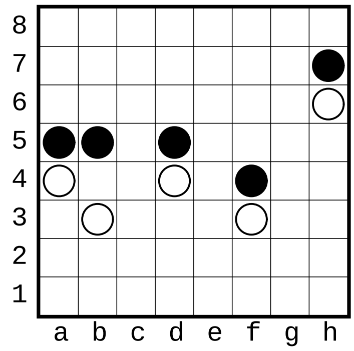
Algumas das noções do xadrez são úteis neste jogo, como a mobilidade ou a estrutura dos peões. Porém, o domínio do centro pode não ser um factor muito relevante. É mais importante possuir ameaças de captura em passagem. O tabuleiro seguinte ilustra estes dois pontos. Enquanto as Brancas possuem o domínio do centro, as Negras têm duas ameaças de captura em passagem (nas colunas a e g), que prendem os peões brancos b2, f2 e h2. De facto, a posição branca é desesperada.



Um peão que já não pode ser capturado é aqui muito mais importante, dado permitir a vitória quase imediata (a não ser que o adversário também tenha um peão assim mais próximo de vencer). No seguinte exemplo, ambos os jogadores têm um peão nestas condições, porém o peão branco ganha a corrida mesmo que sejam as Negras a jogar.



Não é necessário vencer com uma promoção. Muitos jogos terminam porque um jogador imobiliza o outro. Enquanto no xadrez isso leva ao empate, aqui é condição de vitória. É o turno das Negras no diagrama seguinte e existem duas jogadas possíveis: ou capturar a4 com b5 ou avançar para b4. Na primeira opção, basta às Brancas capturar a4 com b3 para ganhar o jogo por bloqueio. Na segunda opção são as Negras a bloquear as Brancas (ganhando assim o jogo).

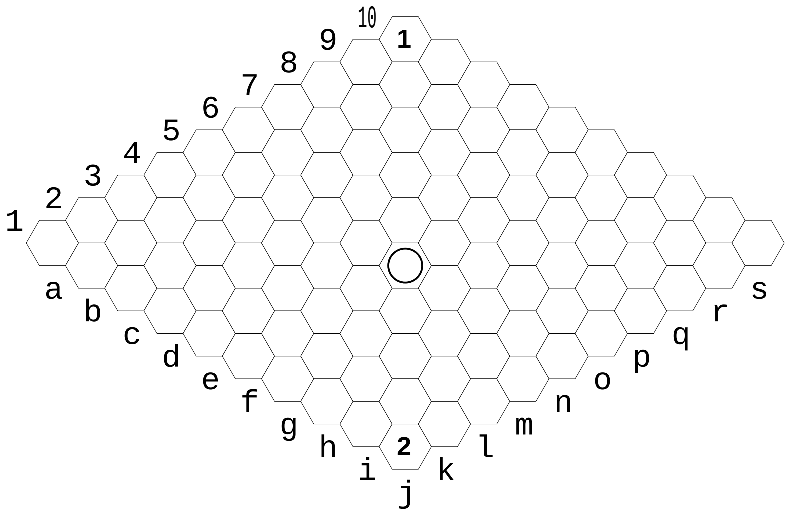


Rastros

Este jogo, de 1992, é da autoria de Bill Taylor. Pertence a uma família de jogos onde cada casa por onde as peças movimentadas passam deixa de estar disponível. Desta forma, o número de possibilidades diminui rapidamente garantindo partidas curtas.

Material

Um tabuleiro hexagonal em forma de losango de 10 hexágonos de lado. Uma peça branca e pedras negras suficientes (cerca de 75).



Regras

A peça branca começa no hexágono j5. Em cada turno, cada jogador move a peça branca para um hexágono vazio adjacente. Depois do movimento, o jogador coloca uma peça negra no hexágono onde a peça branca se situava no início da jogada.

É ilegal jogar de tal modo que se impeça a pedra branca de se deslocar para pelo menos uma das casas finais. A casa final para o primeiro jogador é j10, e para o segundo jogador é j1.

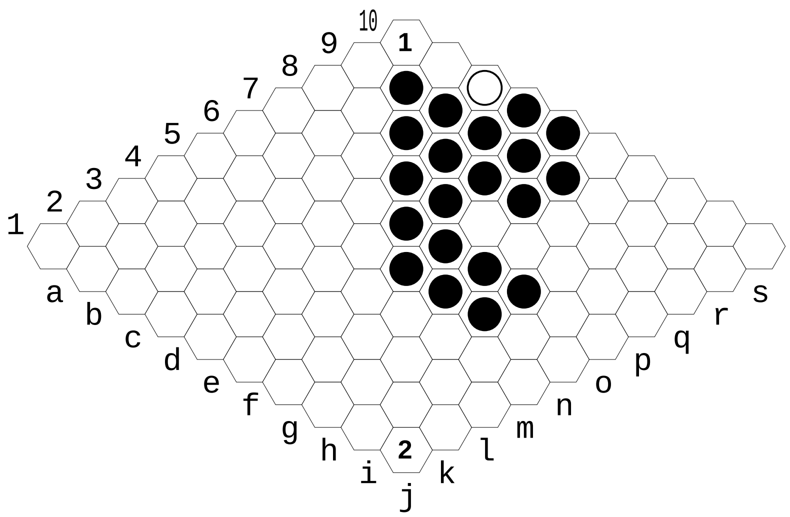
Objectivo

Ganha o jogador que consiga levar a peça branca à sua casa final.

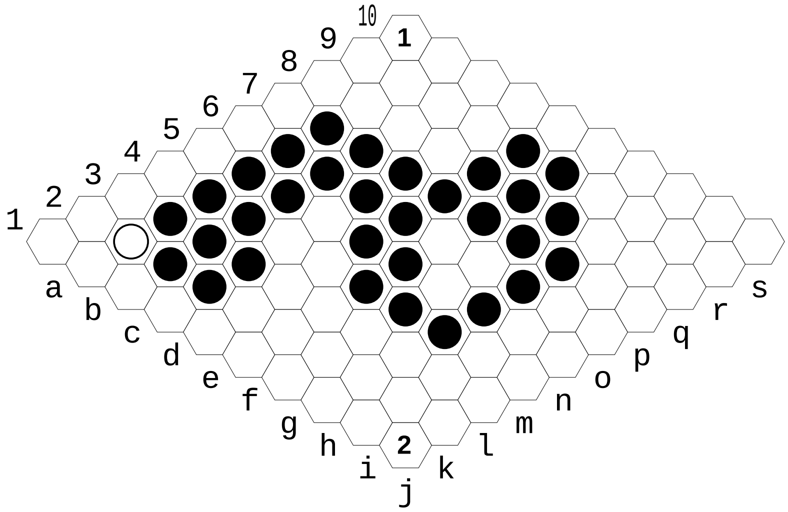
Notas

Este jogo é extremamente táctico. É muito importante não se deixar encurralar numa posição em que o adversário consiga cortar o caminho para a sua casa final. Se isso ocorre, o jogo está perdido.

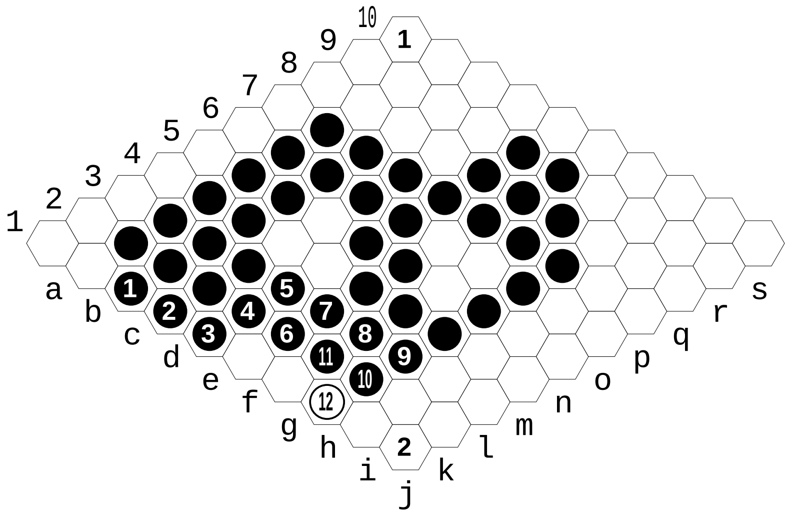
Mesmo que seja o adversário a deslocar a peça para a casa final do jogador, este ganha. No seguinte diagrama, o primeiro jogador ganha se se mover para k10, porque o segundo jogador tem obrigatoriamente de se mover para j10.



A gestão dos lados do tabuleiro é muito importante. É comum o jogo atingir uma posição em que um dos jogadores consegue fechar o caminho para a casa final do adversário por ter gerido melhor o conflito táctico dos lados. No seguinte tabuleiro, o segundo jogador moveu-se para c2, deixando sem soluções o primeiro jogador, que assim perdeu o jogo.



Reparar que, uma vez na linha 1, o segundo jogador consegue manter-se próximo dessa linha até chegar à sua casa final. Observamos a continuação da posição anterior (as jogadas ímpares são do primeiro jogador):

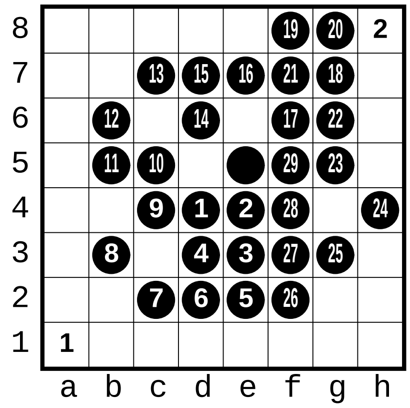


Nesta posição, o primeiro jogador é obrigado a jogar para i1. De seguida, o segundo ganha movendo a peça branca para a sua casa final.

Variantes

Existe uma variante das regras descritas que permite aos jogadores colocar a peça branca numa posição onde não se possa alcançar qualquer das casas finais. Neste caso, um jogador pode também ganhar se deixar o adversário sem jogadas válidas.

Também é possível jogar este jogo num tabuleiro quadrado (por exemplo, oito por oito) onde a peça branca se pode movimentar tanto na ortogonal como na diagonal. Nesta variante há mais espaço de jogo (oito direcções em vez de seis), aumentando as possibilidades tácticas. Um exemplo de jogo:



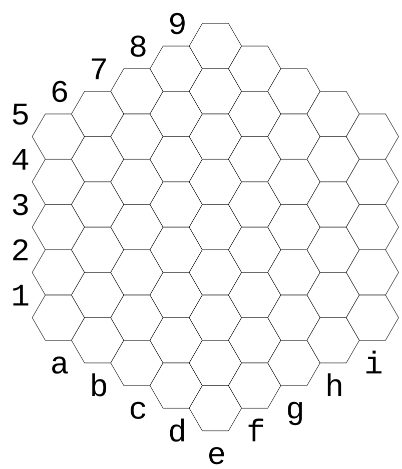
Algumas notas sobre este jogo. Na jogada 9, o primeiro jogador não se deslocou para b2; isso seria facilmente evitado pelo adversário (com c3, por exemplo) e perderia assim uma importante casa para o fim de jogo. Entre a jogada 10 e 12, observa-se que o segundo jogador não pretende afastar-se muito rapidamente da casa final do adversário, preferindo tapar, na medida do possível, esse caminho. Com o objectivo inverso, o primeiro jogador entre as jogadas 11 e 15 manteve esse caminho aberto. Se porventura conseguir forçar o adversário a entrar nas restantes casas da esquerda, ganhará a partida. Com algumas dificuldades, o segundo jogador, no movimento 19, desloca-se para g7, o que é provavelmente mal jogado, dado que o primeiro jogador se defende facilmente para f8. A insistência da jogada 21 também é respondida de imediato. A jogada que decide a partida é a 23. O segundo jogador não vai conseguir deslocar-se para a sua casa final, pois o caminho que lhe resta é já demasiado estreito. Com a jogada 29, o segundo jogador dá-se por vencido. Qualquer que seja a sua jogada, o caminho para h8 ficará fechado (a g4 responde-se h3).

SanQi

Este jogo foi concebido por L. Lynn Smith em 2003. Em chinês, o nome do jogo significa aproximadamente jogo (Qi) de três (San). É um jogo em que os jogadores partilham três peças diferentes, podendo ganhar com qualquer delas.

Material

Um tabuleiro hexagonal com cinco hexágonos de lado (ou um tabuleiro maior para partidas mais estratégicas). Um número suficiente de peças de três cores, branca, negra e cinzenta (25 de cada cor para este tabuleiro).



Regras

No seu turno, cada jogador pode realizar uma das seguintes acções:

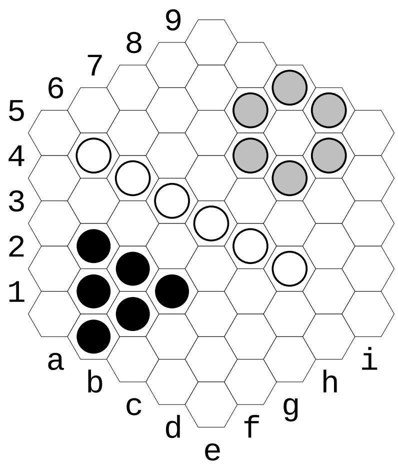
- Colocar uma peça (de qualquer cor) num hexágono vazio.
- Substituir uma peça por uma de outra cor, desde que entre as peças adjacentes haja pelo menos mais de duas peças da cor nova em relação à cor antiga (por exemplo, se uma peça branca for adjacente a duas peças brancas e a quatro peças negras, pode ser substituída por uma peça negra).

Quando uma peça é colocada no tabuleiro, o próximo jogador não a pode substituir na jogada seguinte.

Objectivo

O primeiro jogador ganha se conseguir criar um circunferência de seis peças da mesma cor (indiferentemente do estado do hexágono do meio). O segundo jogador ganha se conseguir criar uma linha de seis ou mais peças da mesma cor. Para além disso, qualquer jogador pode também ganhar se criar um triângulo de seis peças da mesma cor.

Vejamos um exemplo de cada forma no diagrama seguinte:

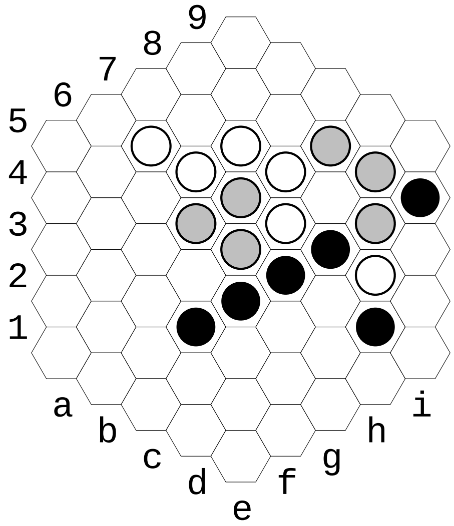


Notas

O primeiro jogador deve-se concentrar em criar circunferências, enquanto o segundo jogador deve tentar fazer linhas. O triângulo é usualmente utilizado para criar ameaças à posição do adversário.

Não se deve restringir ao uso de uma só cor. Não esquecer que se pode ganhar com qualquer das três cores. Se o adversário se concentrar numa cor, utilize as outras duas a seu favor.

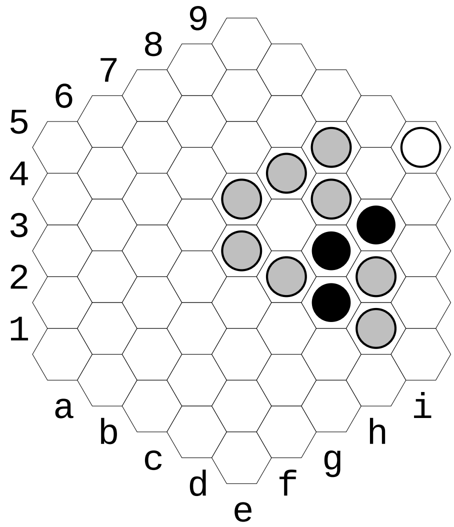
Uma pedra pode sempre mudar de cor, a não ser que esteja protegida por outras peças. Quanto mais protegida quiser que uma peça esteja, mais turnos tem de gastar a colocar peças adjacentes da mesma cor. Esta gestão das peças adjacentes é muitas vezes essencial para decidir uma vitória. Veja o seguinte exemplo. É o turno do segundo jogador, que joga uma peça negra em i7. O seu objectivo é criar uma maioria de negras à volta da peça cinzenta em h7, de modo a criar uma linha de seis negras (e, assim, a ganhar). O primeiro jogador já não consegue resistir ao ataque. Mesmo que coloque uma peça cinzenta em g7 (fazendo com que à volta da peça h7 haja duas cinzentas e três negras), o segundo jogador em seguida substitui a peça branca em h6 por uma outra negra (existem três peças negras adjacentes a h6 e nenhuma peça branca). O primeiro jogador já não consegue evitar que a peça cinzenta em h7 seja substituída por uma negra no turno seguinte.



Não se deve prender demasiado a uma estrutura. Se o adversário começar a ameaçá-la, não tenha problemas em abandoná-la. Eventualmente pode até utilizar o ataque adversário para começar uma nova estrutura.

Quando se prepara uma circunferência ou uma linha, deve-se tentar evitar o surgimento de um quase triângulo, isto é, de uma formação que se completa num triângulo numa só jogada, que possa dificultar a progressão.

Seja o exemplo descrito no seguinte diagrama.



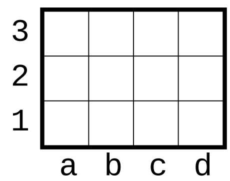
O próximo turno é do primeiro jogador. Se ele colocar uma peça cinzenta em f6 (para tentar vencer no próximo turno substituindo g6 por uma peça cinzenta), então perde o jogo, porque o segundo jogador coloca uma peça cinzenta no hexágono d5, fazendo um triângulo.

Semáforo

Trata-se de um jogo de Alan Parr inventado em 1998. Este jogo, apesar de o tabuleiro ser bastante pequeno, possui uma complexidade inesperada, mantendo cada jogador na expectativa até perto do final da partida.

Material

Um tabuleiro quadrado de 3 linhas por 4 colunas, 12 peças verdes, 12 peças amarelas e 12 peças vermelhas.



Regras

Em cada turno, cada jogador executa uma das seguintes acções:

- largar uma peça verde num quadrado vazio;
- transformar uma peça verde do tabuleiro numa peça amarela;
- transformar uma peça amarela do tabuleiro numa peça vermelha.

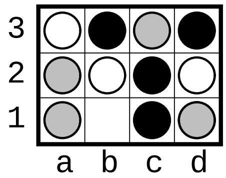
Objectivo

Ganha o jogador que conseguir um três em linha na vertical, na horizontal ou na diagonal, com peças da mesma cor.

Notas

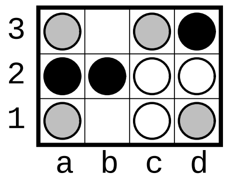
Por não usarmos cores, nos diagramas as peças verdes são brancas, as amarelas cinzentas e as vermelhas negras.

O seguinte diagrama mostra uma posição com três possibilidades de vitória imediata: 1. transformar a peça verde em a3 (cria um três em linha vertical de amarelos); 2. transformar a peça amarela em d1 (cria um três em linha diagonal de vermelhos); 3. transformar a peça amarela em c3 (cria um três em linha horizontal de vermelhos).



A vitória ou derrota no jogo depende de quantos movimentos disponíveis existem até ser inevitável criar uma posição que dê um três em linha ao adversário. Se faltar um número par de jogadas, o jogador seguinte ganha. Se for um número ímpar, o jogador seguinte perde. O problema (e o interesse do jogo) é que não é fácil determinar isso numa fase inicial, sendo necessário manter as opções abertas até ser evidente a sequência de jogadas que levam à vitória. O primeiro jogador a entender que sequência é essa ganhará o jogo. Esta falta de clareza implica que não existe componente estratégica. Isso é compensado pela curta duração de cada partida (o tabuleiro é muito pequeno) e pela simplicidade das regras. Não sendo um jogo muito profundo, acaba por ser divertido, rápido de jogar e fácil de explicar a crianças.

O exemplo seguinte é de um fim de partida. Se analisarmos o tabuleiro, verificamos que já só restam duas jogadas antes de um jogador ser forçado a dar um três em linha ao adversário: 1. largar uma peça verde em b1; 2. transformar a peça verde em d2. Isto significa que o jogador seguinte já perdeu. Ao jogar numa dessas opções, o adversário joga na outra.



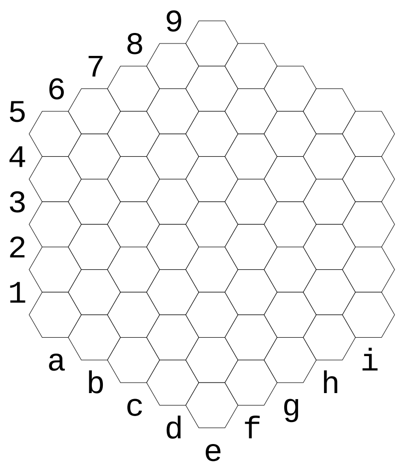
Se usarmos um tabuleiro do jogo do galo (3 linhas por 3 colunas) existe uma sequência forçada de lances que garante a vitória para o primeiro jogador. Basta começar no centro do tabuleiro. O adversário é obrigado a transformar essa peça em amarela (qualquer outra jogada leva à derrota imediata). O primeiro jogador transforma essa peça em vermelha. Depois desta primeira fase, basta que jogue simetricamente ao segundo jogador até este ficar sem opções.

UN

O jogo foi inventado por João Neto em 2003. O nome UN lembra as Nações Unidas e a actividade de um funcionário que perde relatórios por onde passa até já não se conseguir mover. É da família do jogo Rastros (ver p. 120) em que as casas já utilizadas não podem voltar a sê-lo.

Material

Um tabuleiro hexagonal com cinco hexágonos de lado. Uma peça negra e um número suficiente de peças brancas (cerca de 30).



Regras

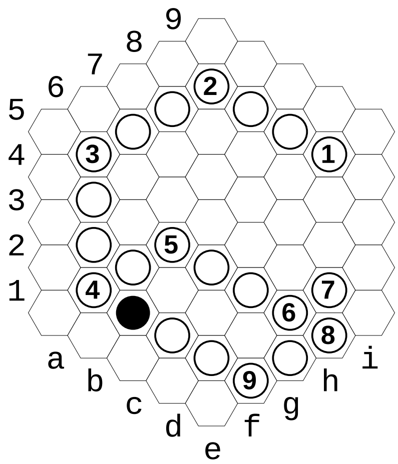
Antes de o jogo começar, um jogador coloca a peça negra numa casa vazia e o outro jogador decide quem começa. No seu turno, cada jogador move a peça negra em linha recta por um conjunto de hexágonos vazios. Em cada hexágono atravessado é colocada uma peça branca, que aí permanece até ao fim do jogo.

Objectivo

O jogador que não se conseguir mover perde.

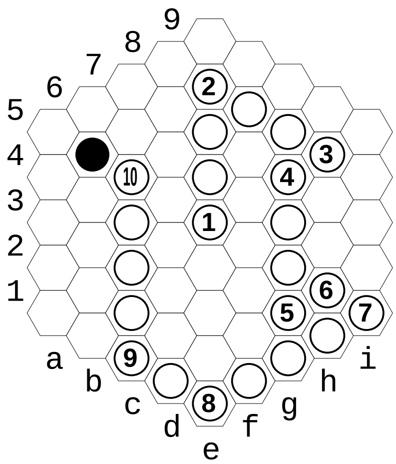
Notas

O seguinte exemplo mostra uma partida. Um dos jogadores colocou inicialmente a peça negra em h8. O outro jogador decidiu começar e moveu a peça para e8, colocando três peças brancas em h8, g8 e f8. A partida desenrolou-se até à posição do diagrama:

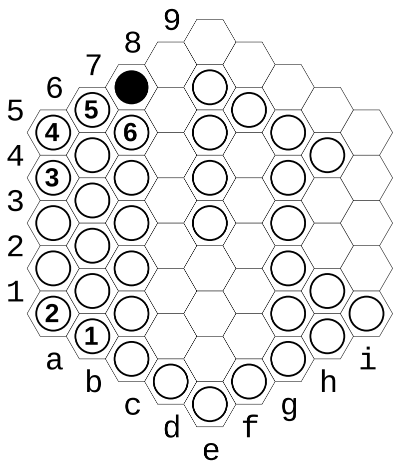


O próximo jogador desiste pois as suas duas opções (mover para b1 ou para d3) levam a uma derrota imediata (respectivamente, se b1 então e1, se d3 então f3).

É natural que uma partida não ocupe todas as posições do tabuleiro. À medida que o número de hexágonos disponíveis diminui, torna-se mais fácil preparar uma posição que leve o adversário à derrota. Observe a seguinte partida:



Nesta posição o próximo jogador movimenta a peça negra para b1, o que reduz as opções do adversário, forçando os movimentos seguintes:



Nesta posição o jogador que se move perde a partida. Se se mover para a coluna d, o adversário responde movendo-se para d2. É fácil verificar que daí a partida está perdida. Se em vez de se movimentar para a coluna d, se movimentar para e9, o jogador seguinte consegue forçar uma sequência (h9,i9,i6,h6,h7) vitoriosa.

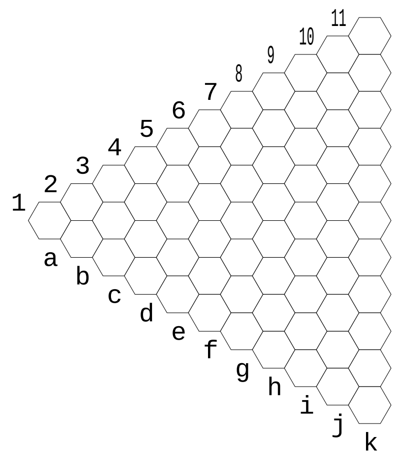
Este jogo também se pode jogar num tabuleiro quadrado, onde a peça negra se movimenta tanto na vertical e na horizontal como na diagonal. Também se pode estender o jogo usando várias peças negras, escolhendo cada jogador em cada turno qual das peças movimenta. Esta variante é mais estratégica, pois a posição de uma peça individual não é tão relevante para o desfecho.

Y

Este jogo foi concebido por Charles Titus e Craige Schensted. É um jogo de conexão inspirado no jogo Hex, mas com a diferença de que a conexão não é entre dois lados opostos de tabuleiro rectangular, mas entre os três lados de um tabuleiro triangular.

Material

Um tabuleiro hexagonal triangular com 11 hexágonos de lado.



Definições

Grupo — um conjunto conexo de peças da mesma cor.
Y — um grupo que toca nos três lados do tabuleiro.

Regras

Em cada turno, cada jogador coloca uma peça da sua cor num hexágono vazio.

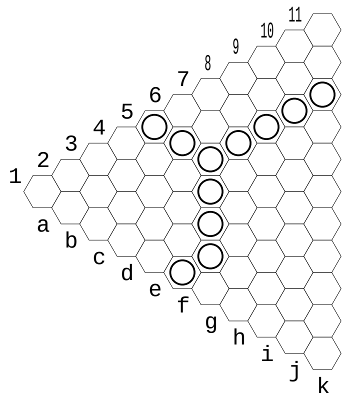
Regra do equilíbrio: depois da primeira peça jogada, o segundo jogador pode trocar de cor se assim o desejar (ficando com a peça jogada e dando a vez ao adversário).

Objectivo

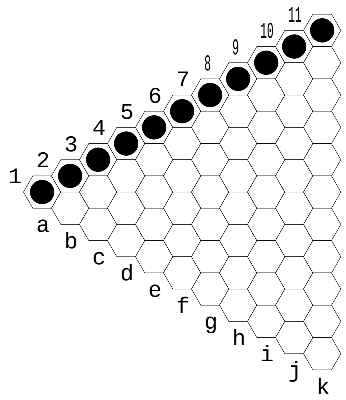
Ganha o jogador que conseguir criar um Y.

Notas

O seguinte diagrama mostra um exemplo de um Y:

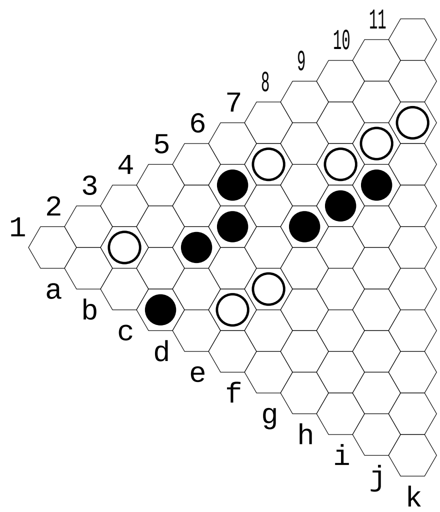


Um canto conta como fazendo parte dos dois lados respectivos do tabuleiro. O seguinte grupo também é um Y:



O próximo exemplo mostra um fim de jogo, onde as Negras desfrutam de uma vantagem decisiva, independentemente de quem for o próximo a jogar.

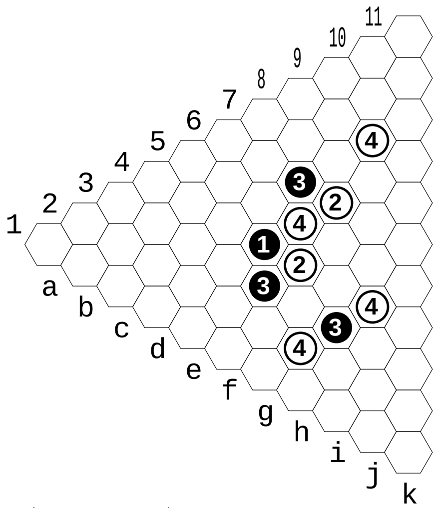
Qualquer ataque das Brancas pode ser neutraizado. Por exemplo, se as Brancas jogarem d2, as Negras respondem e2 reforçando a ligação virtual que separava o grupo negro desse lado do tabuleiro.



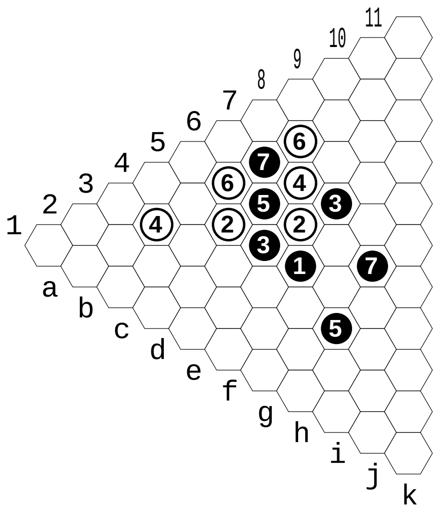
A principal estratégia deste jogo, como na maioria dos jogos de conexão, é manter o maior número possível de opções de conectividade, evitando que o adversário o consiga fazer. O que foi dito sobre o jogo do Hex serve no jogo do Y.

Algumas variações interessantes obtêm-se alterando o número de peças que cada jogador larga por turno. Uma variação progressiva consiste em largar uma peça na primeira jogada, duas na segunda, e assim sucessivamente, até ser efectuada uma conexão em Y. Porém, existe uma restrição (para evitar que o jogo se torne trivial): as peças largadas num turno têm de ficar em grupos distintos.

No diagrama seguinte observamos as quatro primeiras jogadas de uma partida nesta variante. Na sua segunda jogada, as Brancas jogaram já quatro peças respeitando a restrição referida. As peças em h2 e j4 criam uma ameaça de conexão dupla com a peça em h4. As Negras não podem deter ambas no mesmo turno, jogando em h3 e i4, porque estas duas peças pertenceriam ao mesmo grupo.



Uma outra variação (mais lenta) deste jogo faz com que em cada jogada se deva largar duas peças, à excepção da primeira jogada, em que só se larga uma peça (para equilibrar a partida). É aplicada a mesma restrição que aos grupos da variação anterior. O diagrama seguinte mostra os primeiros turnos de uma partida. Ao fim da quarta jogada negra é notória a vantagem que estas possuem já sobre o tabuleiro (devido à anterior má jogada das Brancas).



Referências

Schensted, C. & Titus, C., *Mudcrack Y & Poly-Y*, Neo Press, 1975

Chapter 3

Jogos Nim

Jogos combinatórios imparciais

Este capítulo trata de uma classe de jogos que dispõe de uma teoria matemática muito rica. Apresentaremos aqui, de forma coloquial, os conceitos e resultados mais imediatamente relacionados com a sua prática, indicando a bibliografia adequada aos interessados ([ONAG, WW]).

Estes jogos, também conhecidos por jogos Nim, são caracterizados pelas seguintes condições:

1. Há dois jogadores;
2. Há um conjunto bem definido de posições possíveis do jogo;
3. Em cada posição, as jogadas permitidas aos jogadores são as mesmas (não há Brancas e Negras, ou outras formas de distinguir os jogadores);
4. Os jogadores jogam alternadamente;
5. O jogo acaba quando se atinge uma posição da qual não se pode efectuar nenhuma jogada legal;
6. Ganha o último a jogar. Isto é, o primeiro a não dispor de nenhum lance legal perde;
7. O jogo acaba num número finito de jogadas, independentemente da forma como é jogado.

Analisemos o jogo seguinte, que parte de uma pilha de 17 feijões. Há dois jogadores e cada jogada consiste em retirar um, dois ou três feijões. Ganha quem retirar o último feijão.

Para compreender bem este jogo, devemos fazer uma análise retrógrada, a partir da posição final (que corresponde a zero feijões). Se houver um, dois ou três feijões, o jogador seguinte retira todos os feijões e ganha. Se houver quatro, o caso é diferente, o jogador seguinte vai tirar um (deixando três), dois (deixando dois) ou três (deixando um). Em qualquer dos casos o jogador seguinte retira-os a todos e ganha. Deixar zero ou quatro é um bom objectivo: garante a vitória a quem o faz. De forma semelhante, constata-se que, se deixarmos oito, doze ou dezasseis, o resultado também é favorável.

Estas posições, que garantem a vitória de quem as deixa ao adversário, chamam-se *posições P*, ou *P-posições*. As posições que não forem posições P dão, necessariamente, a vitória ao jogador a que cabe a jogada seguinte e designam-se por *posições N* ou *N-posições*[1]. O conjunto de todas as P--posições designa-se por $\mathcal{P}$ e o conjunto das N-posições por $\mathcal{N}$.

No exemplo anterior vimos que as P-posições eram $0, 4, 8, 12, 16$. Tem-se

[1] As inicias P e N são tradicionais na literatura especializada, e têm origem nas palavras inglesas *previous* (prévio) e *next* (seguinte).

então

$$\mathcal{P} = \{0, 4, 8, 12, 16\}\,, \quad \mathcal{N} = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 17\}\,.$$

Se em vez de 17 tivéssemos outro número de feijões, era fácil ver que as P-posições são sempre os múltiplos de 4.

Dado um jogo combinatório imparcial é sempre possível determinar quais são as posições P e N, em princípio. Basta partir das posições terminais, que são P-posições, e classificar as seguintes segundo o algoritmo seguinte:

1. Todas as posições terminais são P-posições;
2. Todas as posições das quais se pode atingir uma P-posição, numa jogada, são N-posições;
3. Todas as posições das quais só se podem atingir posições N, numa jogada, são P-posições;
4. Se o passo anterior (3) não introduziu novas posições-P, o algoritmo termina aqui; caso contrário, deve ir-se de novo para o passo 2.

Outra forma de referir esta partição no conjunto das posições de um jogo imparcial é a seguinte:
Caracterização de $\mathcal{P}$ e $\mathcal{N}$. As posições P e N são definidas recursivamente pelas condições seguintes:

i) Todas as posições terminais são P-posições;

ii) De qualquer N-posição existe pelo menos uma jogada para uma P--posição;

iii) De qualquer P-posição todas as jogadas conduzem a N-posições.

Jogos de Subtracção

A partir de um conjunto da forma $\{1, 2, 3, 4, 5, \ldots, n\}$ (de feijões, por exemplo) podemos definir um jogo semelhante ao analisado acima, mas alterando o número de feijões que se pode retirar em cada jogada. O caso referido correspondia a ser legítimo retirar 1, 2 ou 3 feijões. Dizemos que se tratava do jogo de subtracção relativo ao conjunto $\{1, 2, 3\}$ e representámo-lo por $S_{\{1,2,3\}}$.

Podemos agora considerar os mais diversos jogos de subtracção fazendo variar o conjunto associado. Analisemos, por exemplo, o jogo $S_{\{2,3\}}$.

As posições terminais são $0, 1$, que são, portanto, posições P. As posições que nos permitem atingir uma terminal numa jogada só são $2, 3, 4$, que então são posições N. De 5 ou 6 só se podem atingir as posições $2, 3, 4$, portanto 5 e 6 são posições P. O padrão começa a ficar evidente...

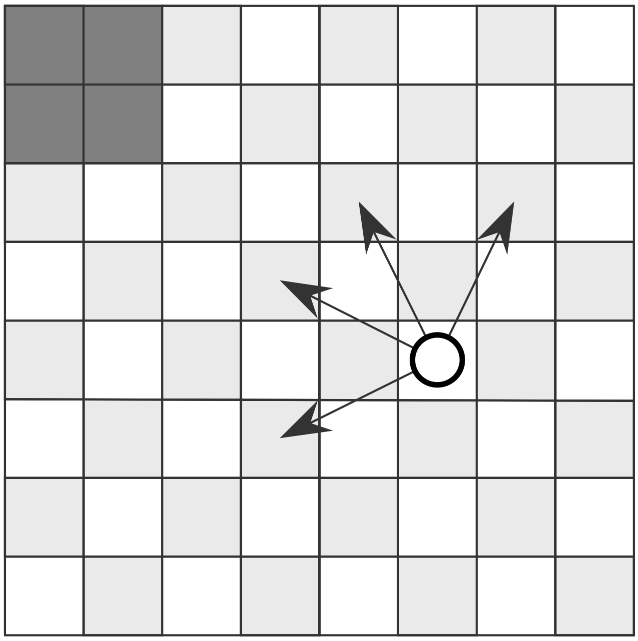
Tem-se

$$\begin{array}{ccccccccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & \dots \\ P & P & N & N & N & P & P & N & N & N & \dots \end{array}$$

Há outros jogos que podem ser analisados desta forma, mesmo jogos de tabuleiro. As páginas seguintes contêm algumas propostas para os leitores identificarem as posições P e N e, assim, ficarem mestres absolutos destes jogos.

Cavalo branco

Este jogo joga-se num tabuleiro quadriculado rectangular; pode ser um tabuleiro de xadrez. No início há uma peça única no tabuleiro, um cavalo branco. Cada jogada consiste em movimentar o cavalo segundo uma das direcções assinaladas na figura abaixo. Quando o cavalo chega a uma das casas sombreadas não pode movimentar-se mais e o jogo termina com a vitória do jogador que o colocou lá.

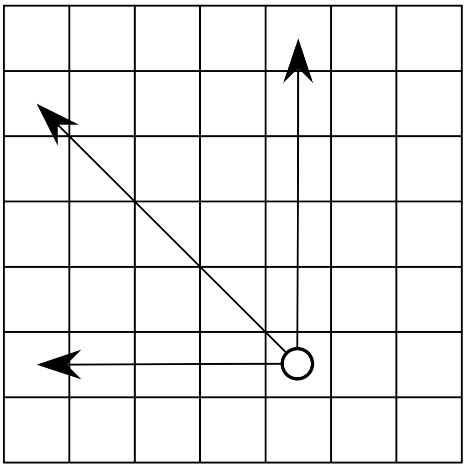


Referências

E. Berlekamp, J. Conway, R. Guy, *Winning Ways*, A. K. Peters.

Whitoff-I

Num tabuleiro rectangular, por exemplo de xadrez, coloca-se uma rainha. Cada jogada consiste em movimentar esta peça com a restrição seguinte: a rainha tem os seus movimentos habituais, mas só pode movimentar-se para Norte, Oeste ou Noroeste. A figura mostra as direcções admitidas. Os jogadores alternam até que um deles não possa jogar, por encontrar a peça no canto superior esquerdo, sendo declarado vencedor o jogador que aí a colocou.



Referências

E. Berlekamp, J. Conway, R. Guy, *Winning Ways*, A. K. Peters.

Whitoff-II

Neste jogo com duas pilhas de feijões, cada jogada consiste numa das seguintes possibilidades:

1. Escolher uma das pilhas e reduzir o seu número de feijões (tirar pelo menos um, mas pode tirar toda a pilha);
2. Retirar o mesmo número de feijões de ambas as pilhas.

Ganha o jogador que retirar o último feijão.

Referências

E. Berlekamp, J. Conway, R. Guy, *Winning Ways*, A. K. Peters.

JIL

Este jogo, inventado por Jorge Nuno Silva, desenrola-se num n-uplo de inteiros não negativos. Os jogadores alternam jogadas, de acordo com os pontos seguintes:

1. Uma jogada consiste em subtrair uma unidade a uma componente qualquer do n-uplo e somar quantidades não negativas arbitrárias às componentes de ordem superior, se as houver.

2. Quem não puder jogar, por, sendo a sua vez, ter à sua frente um n-uplo com todas as componentes nulas, perde.

Vejamos um exemplo. Para $n = 5$ e posição inicial $(10, 7, 10^{10}, 0, 2^{2^2})$ temos, por exemplo, esta sequência de lances legais:

$$(10, 7, 10^{10}, 0, 2^{2^2}) \mapsto (10, 6, 10^{10^3}, 99^{99}, 2^{2^2}) \mapsto (10, 6, 10^{10^3}, 99^{99}, 2^{2^2} - 1)\,.$$

Será que este jogo acaba, seja qual for a configuração inicial? Isto é, dado um n-uplo inicial arbitrário, e respeitando as regras 1 e 2 acima, será que encontraremos um vencedor num número finito de jogadas?
Admitindo que o jogo termina sempre após um número finito de jogadas, qual é a estratégia ganhante (isto é, quais são $\mathcal{P}$ e $\mathcal{N}$)?

Por exemplo, partindo da posição

$$(22, 222, 2, 3, 2^3, 10)\,,$$

ganha o primeiro ou o segundo jogador?

Referências

Silva, J. N., "Notas sobre o Problema anterior e JIL-Jogo Indefinidamente Longo", Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática, 43, Outubro de 2000, pp. 143–147

Silva, J. N., "Notas sobre o Problema anterior e Exponenciação Comutativa", Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática, 44, Abril de 2001, pp. 119–121

LIM

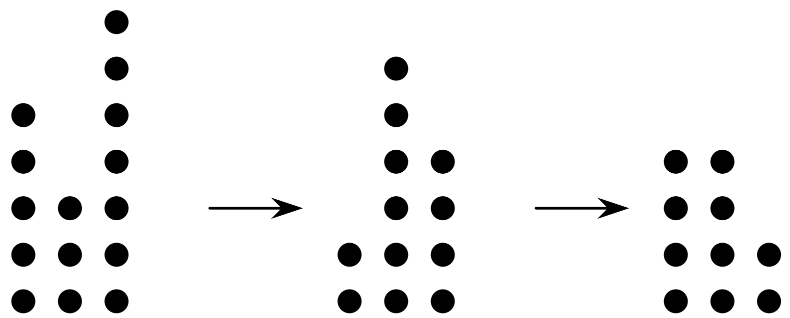
Este jogo, inventado por Jorge Nuno Silva, utiliza três pilhas de feijões.

Cada jogada consiste em escolher duas pilhas, retirar o mesmo número de feijões de cada uma delas e somar esse número à terceira. Perde o jogador que não puder jogar, por, na sua vez, encontrar duas pilhas vazias.

Por exemplo, eis duas jogadas válidas:

$$(5,3,7) \mapsto (2,6,4) \mapsto (4,4,2)\,.$$

Ou, em diagrama:



Referências

Silva, J. N., "Notas sobre o Problema anterior e LIM", Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática, 46, Abril de 2002, pp. 119–124.

Silva, J. N., "Notas sobre o Problema anterior e Corpo Estranho", Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática, 47, Outubro de 2002, pp. 97–100.

Nim

Este clássico foi o primeiro jogo combinatório a ser tratado matematicamente, no artigo de Bouton [NGCMT].

Joga-se com pilhas de feijões. Cada jogador, quando lhe toca jogar, pode retirar feijões de uma pilha à sua escolha, mas quantos quiser, de um mínimo de um a um máximo de toda a pilha.

Ganha o jogador que retirar o último feijão.

Se o jogo envolver somente uma pilha de feijões, a caracterização é muito simples. Se a pilha não for vazia, o próximo jogador ganha, retirando todos os feijões. Se a pilha for vazia, o jogador anterior ganhou.

Com uma pilha, o Nim é demasiado evidente:

$$\begin{array}{lcccccc} número\ de\ feijões & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & \ldots \\ tipo & P & N & N & N & N & \ldots \end{array}$$

Com duas pilhas, o jogo também não é difícil. Se as pilhas forem diferentes, o jogador seguinte iguala-as e, a partir daqui, copia a jogada do adversário. Por exemplo, se duas pilhas, com 4 e 6 feijões, forem representadas pelo par $(4, 6)$, então a boa jogada é para $(4, 4)$. A partir de então, o que um jogador fizer numa pilha, o adversário faz na outra. Este tipo de estratégia, que replica as jogadas do adversário, é conhecida por *Tweedledum e Tweedledee.*

A caracterização das posições do Nim com duas pilhas:

$$(n, m) \quad \text{é} \quad \begin{cases} P & se \quad n = m \\ N & se \quad n \neq m \end{cases}$$

No caso de três pilhas a análise não é tão simples. Necessitamos de novos conceitos para determinar a estratégia óptima.

A *Soma-nim* de dois inteiros não negativos x, y obtém-se representando-os em base 2 e somando os respectivos coeficientes módulo 2 (isto é, $0+0 = 0$, $0 + 1 = 1$, $1 + 0 = 1$, $1 + 1 = 0$) e representa-se por $x \oplus y$.

Determinemos, por exemplo, $5 \oplus 7$. Tem-se $5 = 2^2 + 1$, $7 = 2^2 + 2 + 1$, o que pode ser condensado para

$$5 = (101)_2 \qquad 7 = (111)_2$$

Efectuando a soma (módulo 2) ordenada dos coeficientes, obtemos

$$\begin{array}{cccc} & 1 & 0 & 1 \\ + & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

portanto, como $(010)_2 = 2$, tem-se $5 \oplus 7 = 2$.

A soma-nim goza de todas as boas propriedades:

1. Associativa: Tem-se $x \oplus (y \oplus z) = (x \oplus y) \oplus z$;
2. Comutativa: Tem-se $x \oplus y = y \oplus x$;
3. 0 é neutro: $0 \oplus x = x$;
4. Cada número é o seu próprio inverso: $x \oplus x = 0$;
5. Vale a lei do corte: Se $x \oplus y = z \oplus y$ então $x = z$.

A importância desta soma reside no facto de Bouton ter caracterizado as posições do jogo Nim geral em termos da soma-nim dos números de feijões nas diversas pilhas. Se representarmos a posição com n pilhas, com número de feijões $x_1, \ldots, x_n$ por $(x_1, \ldots, x_n)$, temos o

Teorema de Bouton: A posição $(x_1, \ldots, x_n)$ é uma posição P se, e somente se, $x_1 \oplus \cdots \oplus x_n = 0$.

Repare-se que este teorema inclui os casos de o jogo ter somente uma ou duas pilhas, que analisámos antes.

Vejamos um exemplo.

Consideremos o jogo Nim com quatro pilhas $(3, 5, 7, 9)$. Determinemos $3 \oplus 5 \oplus 7 \oplus 9$. Como $3 = (11)_2$, $5 = (101)_2$, $7 = (111)_2$, $9 = (1001)_2$, temos

$$\begin{array}{ccccc} & 0 & 0 & 1 & 1 \\ & 0 & 1 & 0 & 1 \\ & 0 & 1 & 1 & 1 \\ + & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

portanto $3 \oplus 5 \oplus 7 \oplus 9 = 8$. Trata-se de uma posição N. A única jogada vencedora é a que retira 8 feijões à coluna com 9, porque $3 \oplus 5 \oplus 7 \oplus 1 = 0$, como se pode verificar[2]:

$$\begin{array}{ccccc} & 0 & 0 & 1 & 1 \\ & 0 & 1 & 0 & 1 \\ & 0 & 1 & 1 & 1 \\ + & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

[2]Aqui, como antes, é irrelevante se escrevemos, ou não, os zeros à esquerda.

Apresentamos a teoria do Nim de forma mais extensa porque muitos outros jogos se tornam acessíveis se a conhecermos bem.

Alguns dos jogos que apresentamos reduzem-se a versões do Nim: é preciso é identificar onde estão as pilhas de feijões e quais os respectivos disfarces...

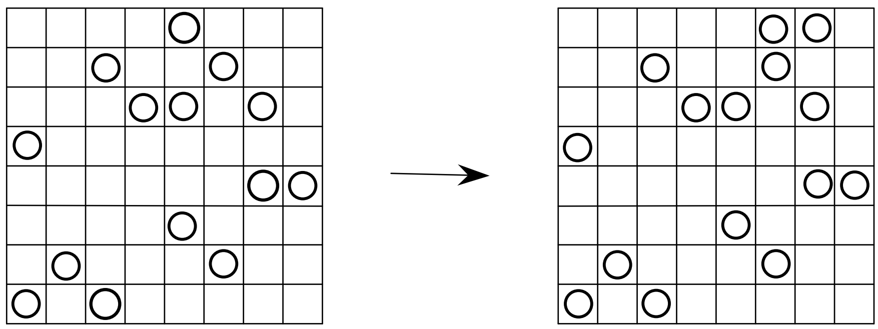
Vejamos, de seguida, alguns desses disfarces.

Plainim

Num tabuleiro de xadrez colocam-se várias peças iguais. Numa jogada só se podem retirar e adicionar peças numa única linha do tabuleiro. Cada casa pode conter, no máximo, uma peça. Uma jogada consiste em retirar uma peça e, nas casas à direita dessa (se as houver), colocar e remover peças à vontade. Isto é, as casas à direita da peça retirada podem permanecer como estavam (ocupadas ou vazias) ou passar de ocupadas a vazias ou de vazias a ocupadas.

Ganha o que retirar a última peça.

Eis um exemplo de jogada legal, onde se jogou na última linha, retirando uma peça e juntando, à direta desta, duas outras.



Notas

Se identificarmos cada casa vazia do tabuleiro com 0 e cada casa ocupada com 1, obtemos em cada linha a representação binária de um número inteiro não negativo.

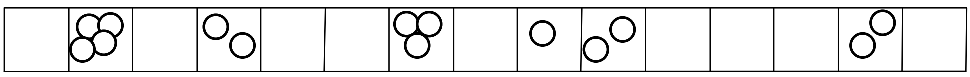
A analogia com o Nim torna-se, assim, evidente.

Referências

E. Berlekamp, J. Conway, R. Guy, *Winning Ways*, A. K. Peters.

Nimble

Este jogo ocorre numa tira $1 \times n$. No início há algumas moedas, em posições escolhidas aleatoriamente. Cada jogada consiste em escolher uma moeda e em movimentá-la para a esquerda o número de casas que se quiser. Cada casa pode conter qualquer número de moedas. Pode-se saltar sobre casas ocupadas. O jogo termina quando todas as peças estiverem na casa mais à esquerda da tira. Ganha o último a jogar.



Notas

Para cada moeda considere-se a sua distância à casa situada na extremidade esquerda da tira. Obtemos assim alguns números inteiros não negativos. Cada jogada consiste, no fundo, em escolher um deles e em substituí-lo por um menor.

Não será este jogo semelhante ao Nim com pilhas com esses números de feijões?

Referências

E. Berlekamp, J. Conway, R. Guy, *Winning Ways*, A. K. Peters.

Tartarugas

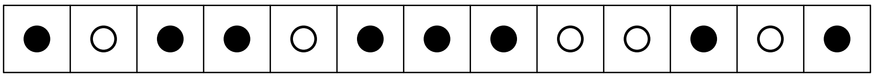
Este jogo foi concebido por H. Lenstra. Uma fila de n moedas é colocada na mesa. Há as que mostram a **F**ace e as que mostram o **V**erso. Por exemplo, com $n = 13$, poderíamos ter

$$V \quad F \quad V \quad V \quad F \quad V \quad V \quad V \quad F \quad F \quad V \quad F \quad V$$

Cada jogada consiste em escolher uma moeda que tenha a Face virada para cima, em voltá-la, e, querendo, em escolher uma moeda à esquerda da anterior e em alterar o seu estado (de F para V ou de V para F). Ganha quem voltar a última Face para Verso, isto é, perde quem não puder jogar.

Uma implementação alternativa consiste em utilizar peças de damas e em identificar F com branco e V com negro. Assim, uma jogada consiste em substituir uma peça branca por uma negra e, querendo-se, em escolher outra peça à esquerda da anterior e em alterar a sua cor. O jogo acaba quando todas as peças forem negras e ganha quem realizar a última jogada.

A posição correspondente à disposição acima é:



Notas

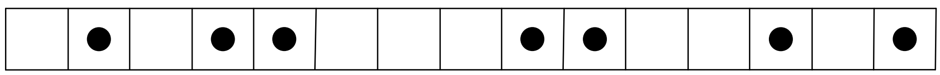
A identificação natural seria considerar cada Face como uma pilha Nim e o número de feijões fornecido pela distância da moeda à extremidade esquerda da tira. Mas uma jogada Nim consiste em substituir uma pilha por outra estritamente menor... Como fazê-lo com as moedas? Talvez valha a pena recordar que, na operação que introduzimos na página 149, a soma é igual à subtracção, isto é, $x \oplus x = 0$...

Referências

E. Berlekamp, J. Conway, R. Guy, *Winning Ways*, A. K. Peters.

Moedas

Este jogo faz-se numa tira $1 \times n$. No início há algumas moedas, em posições escolhidas aleatoriamente, não mais do que uma em cada casa. Cada jogada consiste em escolher uma moeda e em movimentá-la para a esquerda, para uma casa livre, sem saltar sobre nenhuma outra peça. Como cada casa pode albergar, no máximo, uma moeda, e estas não podem abandonar a fita, e só se podem movimentar da direita para a esquerda, o jogo vai terminar quando as peças estiverem todas encostadas à parte esquerda da tira de jogo. Ganha o último a jogar.



Notas

A identificação de cada moeda com a distância à casa esquerda final não funciona, porque não é permitido saltar outras moedas, de forma que uma jogada não consiste em diminuir essa distância da forma que quisermos.

Neste caso, identificando, alternadamente, cada espaço entre duas moedas consecutivas, da direita para a esquerda, com uma pilha com esse número de feijões, obtemos um jogo Nim (no nosso caso, com pilhas de 1, 0, 0, 1 feijões). Cada jogada na tira de moedas pode diminuir quanto se quiser a esses números. Mas algumas jogadas também os podem aumentar. Acontece que essas jogadas são em número finito, e quem tiver estratégia vencedora no jogo Nim associado não necessita de recorrer a elas...

Referências

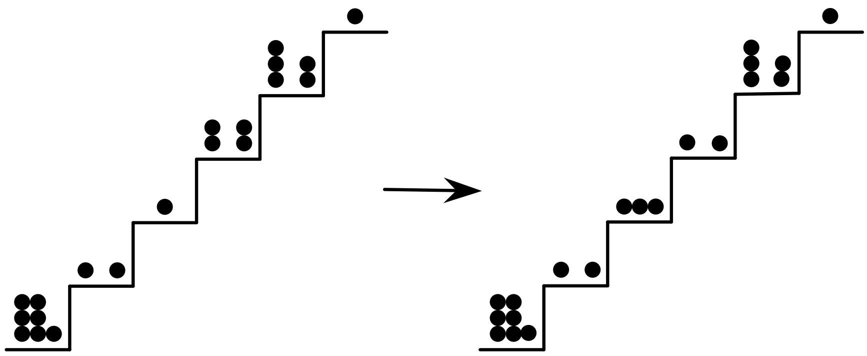
E. Berlekamp, J. Conway, R. Guy, *Winning Ways*, A. K. Peters.

Escadas

Há n degraus numa escada. Cada degrau contém um número inteiro não negativo de peças. Cada jogada consiste em passar algumas peças de um degrau para o degrau imediatamente abaixo. Perde quem, ao querer jogar, constatar que todas as peças se encontram já no andar térreo, de onde se não podem mover mais.

Outra implementação consiste em colocar peças de damas em casas consecutivas de uma fila de um tabuleiro, sendo permitido deslocar algumas de uma casa para a que lhe estiver imediatamente à esquerda.

Um n-uplo de inteiros não negativos pode representar a situação em cada momento. Assim, a jogada $(7, 2, 1, 4, 5, 1) \mapsto (7, 2, 3, 2, 5, 1)$ corresponde à jogada ilustrada abaixo.



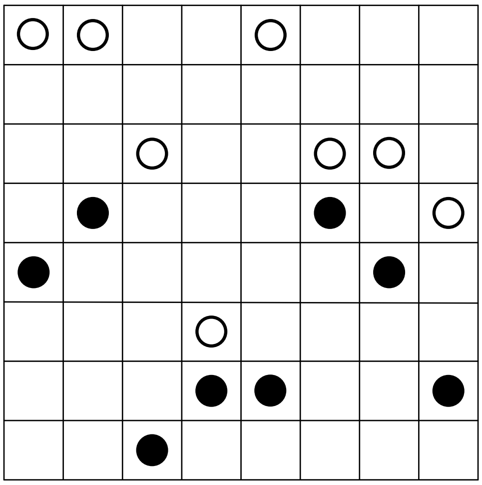
Notas

Numere os degraus, a partir da esquerda. Considere o jogo Nim correspondente aos degraus de numeração par. Cada jogada nas escadas corresponde a retirar feijões de uma das pilhas obtidas, ou a aumentá-lo, mas estes aumentos podem ser imediatamente anulados (movendo as mesmas peças), e não duram sempre...

Northcott

Este jogo realiza-se num tabuleiro quadriculado $n \times m$. Há dois jogadores; um move as Brancas, o outro as Negras. Em cada coluna há uma peça branca e uma peça negra. Cada jogada consiste em movimentar uma peça para a frente ou para trás o número de casas que se quiser, desde que não se abandone a sua coluna e não se salte sobre a outra peça. Perde quem, por ter todas as suas peças encurraladas, não dispõe de nenhum lance legal.

Uma posição inicial possível:



Notas

Considere o jogo Nim com uma pilha de feijões por cada coluna do tabuleiro, e com o número de feijões dado pelo número de casas entre as duas peças da coluna.

Mais uma vez, os lances que não existem no Nim original só serão utilizados pelo perdedor, e somente para adiar um pouco a derrota inevitável...

A existência de Brancas e Negras não violam o princípio da página 141, porque a única coisa relevante é o número de casas entre as duas peças da mesma coluna.

Referências

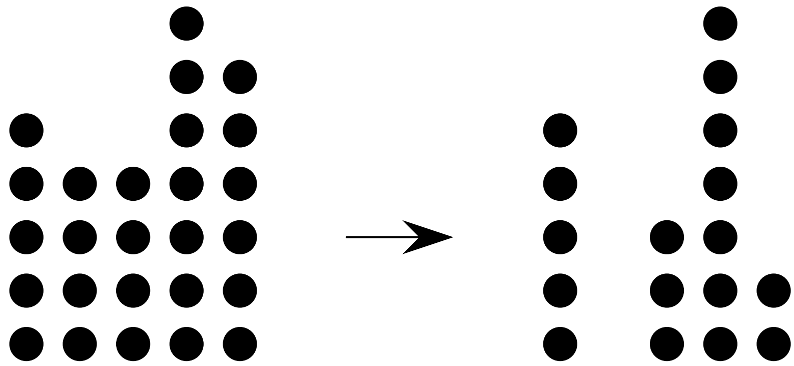
E. Berlekamp, J. Conway, R. Guy, *Winning Ways*, A. K. Peters.

Nim_k

Neste jogo, criado por H. Moore, parte-se de n pilhas de feijões. Cada jogada consiste em retirar o número de feijões que se quiser de k pilhas (k é um número fixado no começo do jogo, $k < n$, e tem de se retirar pelo menos um feijão de uma pilha). Podem retirar-se diferentes quantidades de pilhas diferentes, podendo algumas ser nulas. Perde quen não dispuser de nenhum lance legal.

Para $k = 1$ temos o Nim habitual.

Um exemplo de jogada legal, com $n = 5, k = 3$, correspondente a $(5, 4, 4, 7, 6) \mapsto (5, 0, 3, 7, 2)$.



Notas

O métode de representação binária desempenhou um papael importante na compreensão do Nim. Talvez aqui também necessitemos de outra base...

Referências

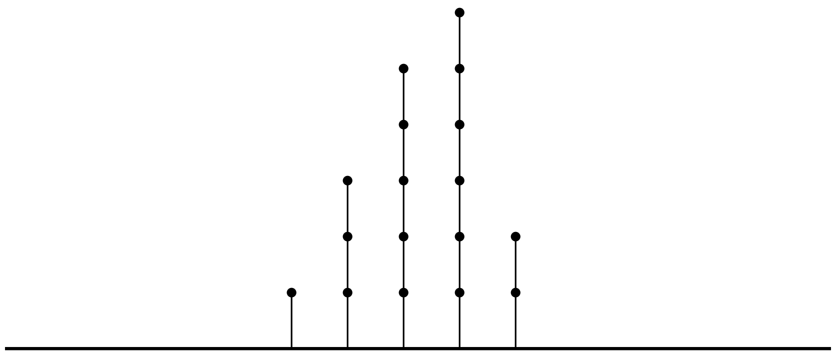
Gardner, M., *Knotted Doughnuts and Other Mathematical Entertainments*, Freeman and Company, 1986.

Nim com bloqueio

Joga-se com pilhas de feijões. Cada jogador, quando lhe toca jogar, pode retirar feijões de uma só pilha, mas quantos quiser, de um mínimo de um a um máximo de toda a pilha. Ganha o jogador que retirar o último feijão.

Nesta versão, cada jogador, antes de jogar, ouve o seu adversário anunciar um bloqueio, isto é, para cada pilha, o adversário diz um número de feijões que *não* pode retirar dessa pilha.

Por exemplo, a posição correspondente a pilhas de $1, 3, 5, 6, 2$ terá o seguinte aspecto.



Referências

George Washington University Problems Group, "Blocking Nim", *College Mathematics Journal*, vol. 35, n.º 5, Novembro de 2002, pp. 414–415.

Jogos em grafos

Nesta secção vamos aprender a representar jogos imparciais utilizando grafos, o que permite ficar a saber um pouco mais do que a caracterização das posições em dois tipos, P e N.

Fixemos alguns conceitos.

Digrafo ou Grafo Dirigido é um sistema constituído por um conjunto de *vértices* (as posições do jogo) X e uma função F que faz corresponder a cada elemento de X, x, um subconjunto de X ($x \mapsto F(x) \subset X$). Representa-se por (X, F). $F(x)$ é o conjunto das posições para as quais se pode jogar a partir de x. Se $F(x)$ for vazio, diz-se que x é *terminal*.

Para termos um jogo num grafo basta escolher um vértice inicial, x_0, e estipular que os jogadores alternam, escolhendo, para cada vértice x, um outro em $F(x)$. Se um jogador tiver de mover a partir de um vértice y para o qual se tem $F(y)$ vazio e não puder efectuar o seu movimento perde.

Só consideramos grafos para os quais os jogos são finitos.

Os jogos sobre grafos podem ser analizados classificando os seus vértices P e N, a partir dos vértices terminais, por um processo semelhante ao referido anteriormente.

Contudo, vamos introduzir uma função, que nos dá informação adicional, que virá a ser útil mais tarde, quando jogarmos vários jogos ao mesmo tempo.

Relembremos que, dado um conjunto de números inteiros não negativos, A, se representa por $\operatorname{mex} A$ o menor inteiro não negativo que não pertence a A[3]. Por exemplo, $\operatorname{mex}\{0, 1, 3, 44\} = 2$.

A função de Grundy de um grafo (X, F) é a função $g : X \to \mathbb{N}_0$ definida por[4]

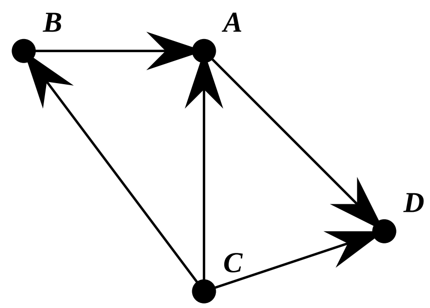
$$g(x) = \operatorname{mex}\{g(y) \,:\, y \in F(x)\}$$

Note-se que o valor da função de Grundy se calcula recursivamente. Para cada x, o valor de $g(x)$ depende dos valores que $g(y)$ toma quando y percorre $F(x)$. Devemos então começar esta recursão nos vértices terminais, x, para os quais $F(x)$ é vazio, o que nos dá, neste caso, $g(x) = 0$.

Vejamos um exemplo muito simples.

[3] *mex* substitui a expressão **m***ínimo* **ex***cluído*.

[4] Representamos por $\mathbb{N}_0$ o conjunto dos inteiros não negativos.

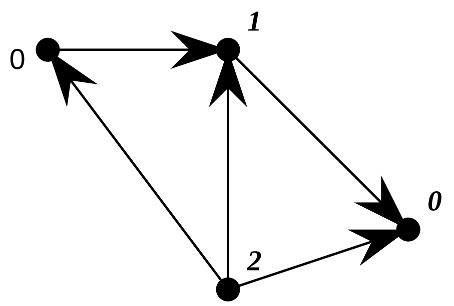


D é um vértice terminal, logo tem-se $g(D) = 0$. Não há mais vértices terminais. Como $F(A) = \{D\}$, e conhecemos $g(D)$, podemos calcular $g(A)$. Tem-se

$$g(A) = \text{mex}\,\{g(D)\} = \text{mex}\,\{0\} = 1\,.$$

Temos agora $g(B) = \text{mex}\,\{g(A)\} = \text{mex}\,\{1\} = 0$. Finalmente, $g(C) = \text{mex}\,\{g(A), g(B), g(D)\} = \text{mex}\,\{0, 1\} = 2$.

Colocando o valor da função de Grundy perto de cada vértice:



Note-se que, num jogo Nim, a função de Grundy de uma pilha coincide com o seu número de feijões.

Consideremos de novo o jogo de subtracção $S_{\{2,3\}}$. Não precisamos de desenhar o grafo para determinar os valores da função de Grundy nas posições deste jogo. As posições terminais são $0, 1$, portanto $g(0) = g(1) = 0$. Tem-se $F(2) = \{0\}$, logo $g(2) = \text{mex}\,\{0\} = 1$. De forma semelhante se conclui que $g(3) = 1$. Como $F(4) = \{1, 2\}$, tem-se $g(4) = \text{mex}\,\{g(1), g(2)\} =$

$\text{mex}\{0,1\} = 2$. Como $F(5) = \{2,3\}$, tem-se $g(5) = \text{mex}\{g(2), g(3)\} = \text{mex}\{1\} = 0$. E assim sucessivamente. Depressa emerge um padrão:

$$\begin{array}{ccccccccccc} x & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & \dots \\ g(x) & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & \dots \end{array}$$

Comparando com a análise anterior deste jogo, vemos que as posições P são exactamente aquelas que anulam a função de Grundy. Este fenómeno é geral, como se compreende facilmente da definição da função de Grundy e da caracterização de $\mathcal{P}$ e $\mathcal{N}$:

1. $g(x) = 0$ se x for terminal;

2. Se $g(x) = 0$ e $y \in F(x)$, então $g(y) \neq 0$;

3. Se $g(x) \neq 0$, então, para algum $z \in F(x)$, tem-se $g(z) = 0$.

Soma de jogos imparciais

Uma forma de jogar vários jogos ao mesmo tempo consiste no seguinte. Se houver n jogos, um jogador, na sua vez, escolhe um deles e efectua nele uma jogada, deixando todos os outros inalterados. Os jogadores alternam até se atingir uma posição terminal em todos os jogos. Ganha quem fez a última jogada legal. Este novo jogo imparcial chama-se *soma* dos jogos originais.

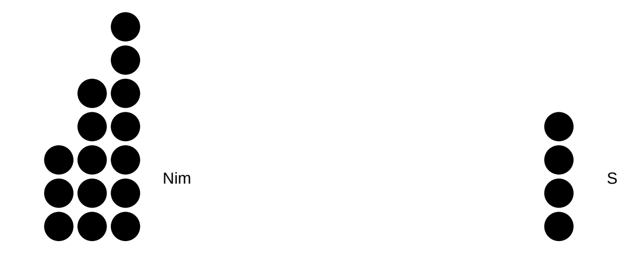
Esta é uma das formas de gerar novos jogos a partir de jogos conhecidos. Acontece que às vezes os jogos são simples, mas a sua soma é complicada... Por exemplo, num jogo Nim com várias pilhas, temos a soma de vários jogos muito simples.

Há um resultado que permite conhecer a função de Grundy da soma a partir das funções de Grundy das parcelas. Para o enunciarmos, na linguagem dos grafos, suponhamos que os jogos são (X_1, F_1), ..., (X_n, F_n), aos quais correspondem as funções de Grundy g_1, ..., g_n, respectivamente. Cada posição da soma destes jogos pode identificar-se com um n-uplo de posições dos jogos-parcelas, $(x_1, ..., x_n)$, onde $x_1 \in X_1$, ..., $x_n \in X_n$. Então, a função de Grundy da soma é g, definida por

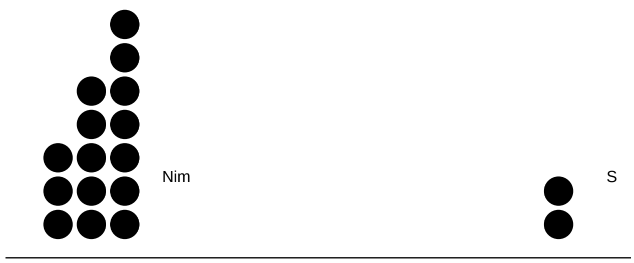
$$g(x_1, ..., x_n) = g_1(x_1) \oplus \cdots \oplus g_n(x_n)\,.$$

Como sabemos que as posições P da soma são as que anulam a respectiva função de Grundy, basta saber as funções de Grundy dos jogos individuais para ficarmos a saber, mediante uma simples soma nim, qual a forma óptima de jogar a soma!

Como exemplo vamos analisar o jogo obtido ao somar um jogo, J_1, que é Nim com três pilhas, com 3, 5, 7 feijões e um jogo, J_2, de subtracção, $S_{\{2,3\}}$ relativo a uma pilha com 4 feijões.



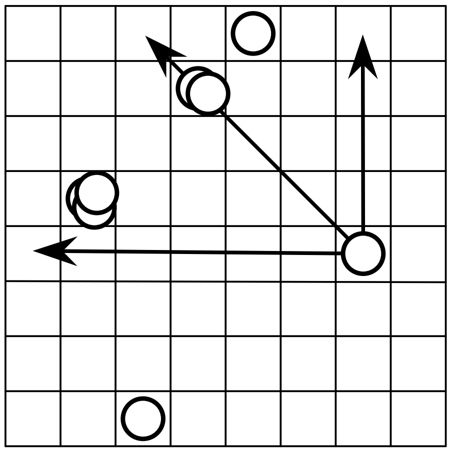
Determinemos o valor da função de Grundy da componente Nim: $3 \oplus 5 \oplus 7 = 1$. No jogo $S_{\{2,3\}}$, a uma pilha de 4 feijões corresponde o valor de Grundy de 2, como vimos na página 143. Portanto, à soma destes dois jogos corresponde o valor $1 \oplus 2 = 3$. Trata-se de uma posição N. Uma boa jogada consiste em retirar 2 feijões da pilha correspondente ao jogo $S_{\{2,3\}}$, já que, neste jogo, uma pilha de 2 tem valor Grundy 1 e $1 \oplus 1 = 0$. Obter-se-ia então a posição ilustrada abaixo:



Será que esta era a única jogada ganhadora?

Rainhas

Este jogo joga-se num tabuleiro quadriculado rectangular de tamanho $n \times m$, que pode ser um tabuleiro de xadrez. As peças são todas iguais: rainhas brancas que se movem para Norte, Oeste, ou Noroeste. Cada jogada consiste em mover uma rainha o número de casas que se quiser, de acordo com a descrição acima. Cada casa pode conter qualquer número de rainhas. Perde quem não puder jogar, por todas as rainhas se encontrarem no canto superior esquerdo.



Notas

A cada rainha está associado um jogo de Whitoff (ver p. 145). O jogo aqui apresentado é, então, uma soma de jogos...

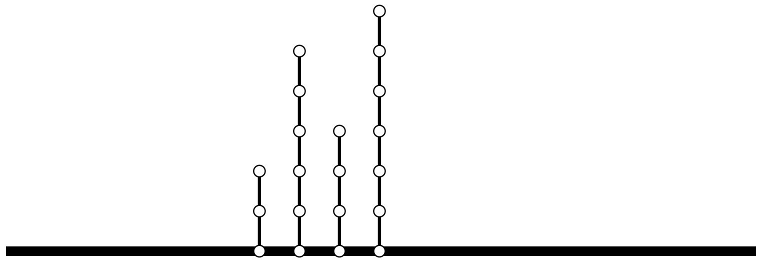
Referências

E. Berlekamp, J. Conway, R. Guy, *Winning Ways*, A. K. Peters.

Arbusto

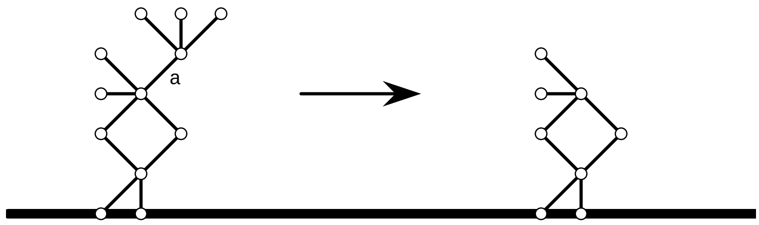
Este jogo desenvolve-se num desenho de um arbusto, isto é, um conjunto de segmentos ligado a um *chão*. Cada jogada consiste em apagar um dos segmentos, sendo que todos os segmentos que ficarem, assim, sem ligação ao chão, também devem ser apagados. Ganha quem cortar o último segmento.

O caso mais simples corresponde a termos várias canas:



Mas isto é simplesmente um jogo de Nim, neste caso equivalente a pilhas de 2, 5, 3 e 6 feijões.

Em geral o arbusto é mais complicado. Vejamos um exemplo de jogada legal:

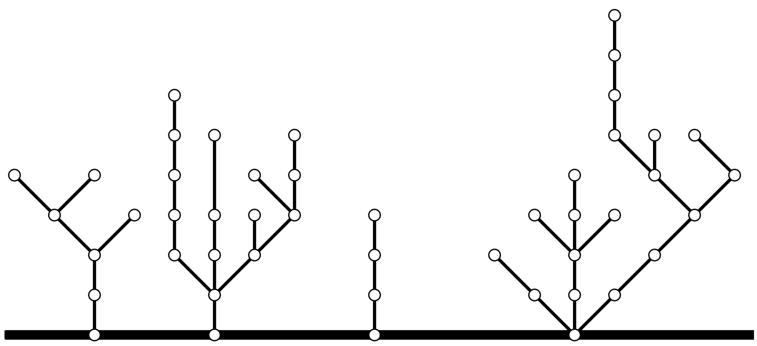


Se um jogador decidir cortar o segmento a, então também desaparecem os três segmentos que ficariam sem contacto com o chão.

Trata-se, naturalmente, de um jogo combinatório imparcial. De acordo com a teoria esboçada nas páginas anteriores, cada posição é equivalente a uma pilha de feijões no jogo Nim (o número de feijões é indicado pela função de Grundy).

Cada arbusto concreto não é, em geral, a soma de arbustos menores, porque as partes não estão, usualmente, separadas. Portanto, a teoria da soma de jogos, apresentada atrás, não nos ajuda neste caso. Contudo, há dois princípios, que apresentaremos de seguida, que permitem facilitar a determinação do valor Grundy de cada posição.

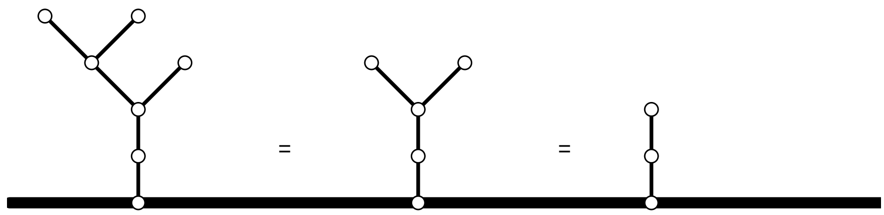
Comecemos com árvores. Intuitivamente, árvores são arbustos com uma raiz. Têm um aspecto característico, já que cada vértice só têm um caminho para atingir o chão:



Para este tipo de "vegetação" dispomos do *princípo da nimdade*: se num vértice convergem n canas, então estas podem ser substituídas pela sua soma nim.

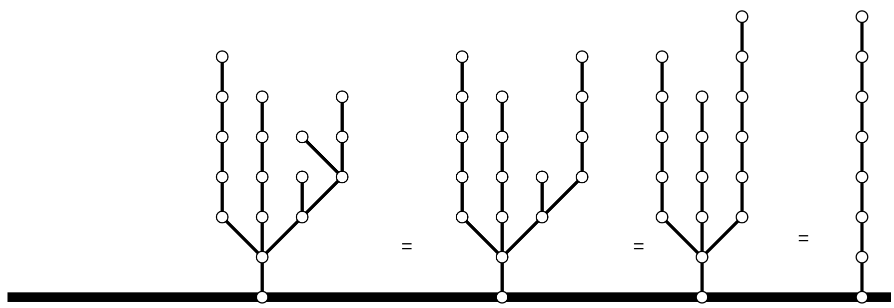
Este princípio permite-nos trabalhar dos segmentos terminais até à raiz, de forma sucessiva, simplificando o arbusto, e culminando na obtenção de uma cana só.

Vejamos um exemplo:



porque $1 \oplus 1 = 0$.

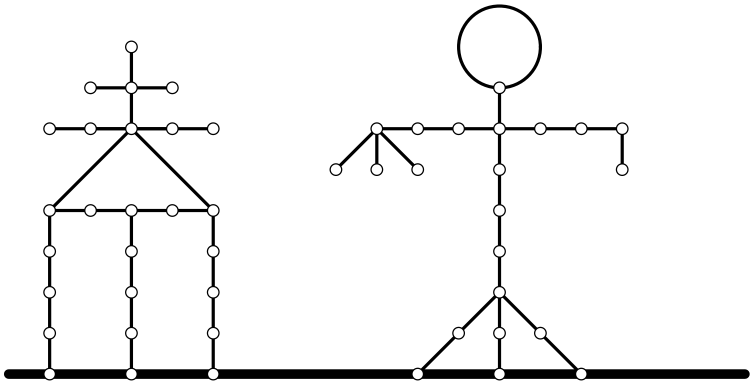
Determinemos ainda o valor Grundy de outra árvore:



porque $1 \oplus 2 = 3$, $1 \oplus 4 = 5$ e $4 \oplus 5 \oplus 6 = 7$.

Para abordar os casos mais gerais vamos permitir que os arbustos tenham mais do que uma raiz, que tenham caminhos fechados (ciclos), segmentos curvos a ligar um vértice a si mesmo (lacetes). Os lacetes comportam-se como os segmentos vulgares, no que diz respeito ao jogo, podendo, portanto, ser substituídos por segmentos sempre que se queira.

Vamos permitir agora imagens com as ilustradas abaixo.

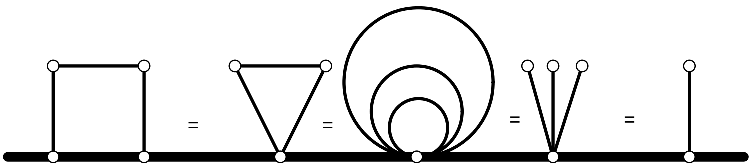


Note-se também que o chão pode ser interpretado como um vértice único, especial.

Fundir dois vértices adjacentes consiste em fazê-los coincidir, transformando o segmento que os une num lacete.

Para analizar arbustos complicados fazemos apelo ao *princípio da fusão*, que diz que cada ciclo pode ser fundido num vértice sem alterar o valor Grundy do arbusto.

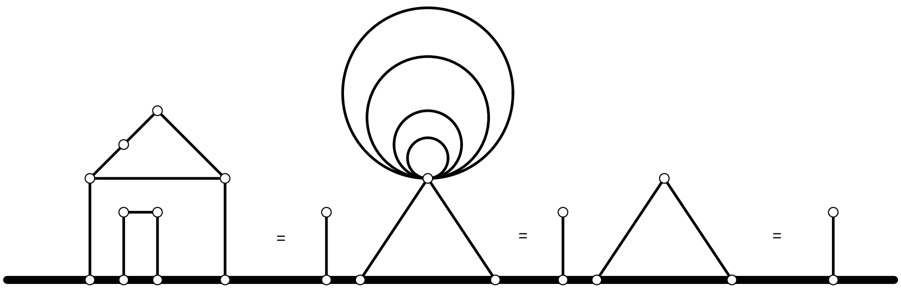
Vejamos um exemplo, onde já se faz uso do facto de o chão se poder identificar com um só vértice:



O primeiro passo consistiu em identificar o chão com um só vértice, o segundo em fundir os vértices, o terceiro em substituir os lacetes por arestas vulgares; o último passo é uma aplicação do princípio da nimdade.

Aplicações sucessivas dos princípios da nimdade e da fusão permitem determinar o valor de Grundy de muitos arbustos complexos.

Um último exemplo:



Pelo exemplo anterior, a porta é equivalente a uma aresta. O telhado desaparece, ao ser aplicada uma fusão aos seus vértices seguida de uma soma nim das arestas ($1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$). Dois segmentos, que somam zero, e a aresta isolada é tudo que sobra. Assim, toda a figura tem um valor Grundy de 1. Trata-se, portanto, de uma posição N.

Chapter 4

Jogos para três

Jogos para três jogadores[1]

Nas reuniões familiares entre amigos ou conhecidos é comum um grupo de pessoas sentar-se à volta de uma mesa para jogar um jogo de tabuleiro. Nesta época da Internet, em que existem diversos serviços de jogos, este tipo de reunião (neste caso virtual) é ainda mais fácil. Quase todos os jogos abstractos são para dois, havendo algumas tentativas comerciais de jogos para quatro. Porém, é muito raro encontrar um jogo para três pessoas, muito menos um jogo para três que seja interessante. Porquê?

Quando se muda um jogo de dois para jogos de muitos é criada uma camada de interacção social que permite alianças, ameaças, traições, *bluffs* e uma plétora de comportamentos que extrapolam em muito a mera expressão das regras. Alguns jogos para dois, sem grande interesse, florescem quando se estendem a vários jogadores. Com outros jogos ocorre o contrário.

Estamos a referir-nos, neste contexto, a jogos em que os jogadores interagem uns com os outros (o que exclui a maioria dos jogos de corrida, como o jogo da glória). Neste tipo de jogos, um dos maiores problemas é a gestão dos cenários de alianças. Para tentar dar resposta a este problema, o inventor pode definir um número par de jogadores (4, 6 ou mais) e especificar as alianças nas regras. Isto é muito comum em jogos de cartas e em jogos de xadrez para quatro. Nos jogos com um número ímpar de jogadores, há uma garantia de maior tensão entre os diversos lados. Os jogos têm 5 ou 7 jogadores para tentar evitar o problema designado por “problema da pequena diplomacia (PPD)”.

O PPD refere-se, pelo menos, a duas questões:

1. Quando um jogador está à frente, os outros aliam-se para minar as suas forças até que seja atingido um reequílibro (ou outro jogador ganhe a iniciativa).
2. Quando um dos jogadores está quase a ser eliminado, utiliza as suas restantes forças numa estratégia suicida para minar a posição de um dos outros jogadores. Normalmente a escolha recai no jogador que é considerado responsável pela sua situação actual.

A primeira questão é dificilmente eliminada e pode mesmo ser desejável para garantir algum interesse na dinâmica do jogo. É um facto que nos jogos de corrida este primeiro aspecto pode ser facilmente eliminado, mas não deixam de ser jogos desinteressantes do ponto de vista intelectual. A existência de mudanças de alianças, se bem gerida, fornece uma profundidade ao

[1] Este capítulo baseia-se num artigo escrito por João Neto em colaboração com Bill Taylor e Cameron Browne.

jogo que, de outra forma, não seria possível. Um óptimo exemplo é o jogo da diplomacia. A possibilidade de alianças é algo que não deve ser reprimido, mas deve ser equilibrado de forma a que a dinâmica de alianças não provoque um ciclo que evite o fim do jogo. É necessário que as regras permitam que o jogo se dirija para um fim, no qual os efeitos do PPD possam ser substituídos por um vencedor incontestável.

A segunda questão pode ser mais desagradável, principalmente se o número de jogadores total for muito reduzido. Isto tem a sua máxima força em jogos para três e pode ser suficiente para retirar qualquer interesse ao jogo em questão (porque ao minar a posição de um adversário está-se efectivamente a dar a vitória ao terceiro jogador). Esta questão entra também no domínio psicológico da vingança (podendo extravasar para além do fim do jogo), o que consideramos ser desnecessário e contra toda a intenção dos jogos de tabuleiro.

Para evitar este segundo ponto, associamos a cada jogo para três uma meta-regra que diz que cada jogador está proibido de fazer uma jogada que dê uma vitória imediata ao próximo jogador (desde que tenha outra opção). Isto não evita todas as situações possíveis (como criar uma posição mais subtil que garanta a vitória a um dos jogadores), mas dilui os piores e mais óbvios aspectos do PPD. Designamos esta regra "Parar próximo (PP)".

Apresentamos agora alguns dos jogos para três que a nossa experiência considera serem promissores. As dimensões dos tabuleiros não são fixas e podem ser redimensionadas pelos leitores. Através do resto do texto, usaremos as seguintes abreviaturas:

MOV — o jogador que se vai mover ou que acabou de se mover;

PROX — o jogador seguinte ao MOV;

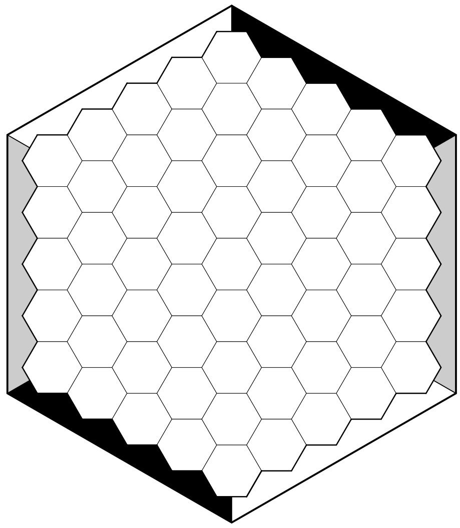
OUTRO — o terceiro jogador.

Peças partilhadas

Uma forma de reduzir o PPD é usar peças partilhadas. Assim, cada jogador auxilia os restantes porque está a colocar no tabuleiro peças que os outros podem eventualmente aproveitar. O próximo jogo (concebido por Bill Taylor) usa dois tipos de peças partilhados pelos três jogadores.

Trisekelion

Joga-se no seguinte tabuleiro com 30 peças brancas e 30 peças negras.



Cada jogador tem um par de lados opostos. O primeiro jogador tem os lados negros, o segundo os lados cinzentos e o terceiro os lados brancos.

Regras

Em cada turno, cada jogador larga uma peça num hexágono vazio. A cor dessa peça tem de ser diferente da da peça largada pelo jogador anterior (ou seja, as cores das peças alternam). A primeira peça a ser colocada no jogo é uma peça negra.

Objectivo

Se dois lados opostos do tabuleiro são conectados por uma só cor, o jogador a quem esses lados pertencem ganha o jogo. Se mais do que dois pares de lados opostos são ligados numa jogada, ganha MOV, se tiver um desses lados, senão ganha PROX.

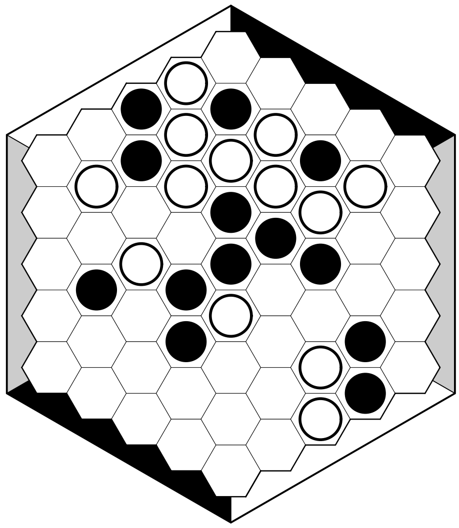
Se for criada uma conexão em Y (ou seja, três lados do tabuleiro não adjacentes ligados por uma única cor), ganha MOV.

Notas

Como o número de tipos de peças (2) e o número de jogadores (3) são diferentes, se um jogador no turno N jogar uma peça negra, só poderá colocar uma peça negra no turno N+2. Logo, cada jogador se deve preocupar em construir duas ou mais cadeias de peças, para poder usar as duas cores, que tem obrigatoriamente de jogar.

Este conceito de alternar as cores entre os jogadores é muito eficaz. Em quase todas as partidas de Triskelion, o fim de jogo é inesperado e bastante divertido.

Segue-se um exemplo do início de um jogo de Triskelion:

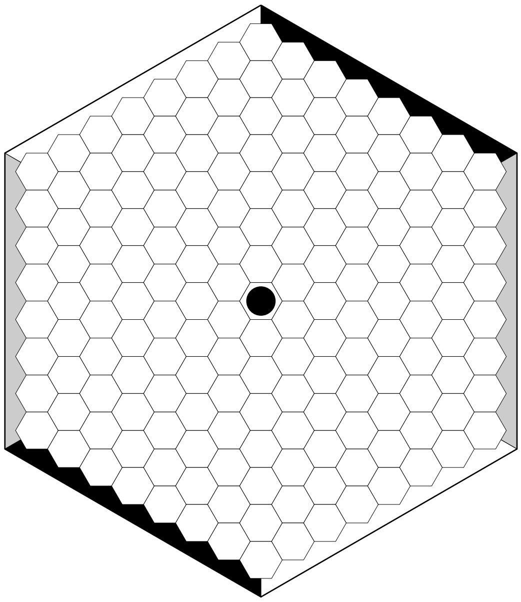


Nesta posição, o jogador cinzento tem duas possibilidades de vitória: um caminho superior com peças brancas e um caminho pelo meio do tabuleiro com peças negras. O jogador branco só pode vencer com negras partilhando parte do caminho com o jogador cinzento. O jogador negro também só tem possibilidades de vencer com as peças brancas partilhadas com o jogador cinzento. Isto significa que o jogador cinzento pode aproveitar parte do esforço dos outros jogadores, dado partilhar peças entre os diferentes objectivos dos seus adversários.

Em geral, a maioria das peças pode servir em caminhos para os outros jogadores. Por isso, é raro um jogador estar numa posição desesperada até perto do fim do jogo. Os aspectos do PPD só nessa altura começam a surgir e são limitados pelo facto de que cada jogador não pode escolher a cor da peça que vai largar na jogada seguinte. Um bom jogador cria situações em que os adversários não o possam atacar, onde qualquer peça (branca ou negra) pode ser-lhe útil para atingir o objectivo final.

Iqishiqi para 3

O Iqishiqi (ver p. 99) é outro jogo de peças partilhadas que se joga bem com três jogadores.



Das regras originais, apenas se modifica o objectivo:

1. O jogador MOV ganha se PROX não conseguir efectuar uma jogada válida.

2. Se a peça se mover para um canto, ganha MOV, se esse canto lhe pertencer, senão ganha PROX.

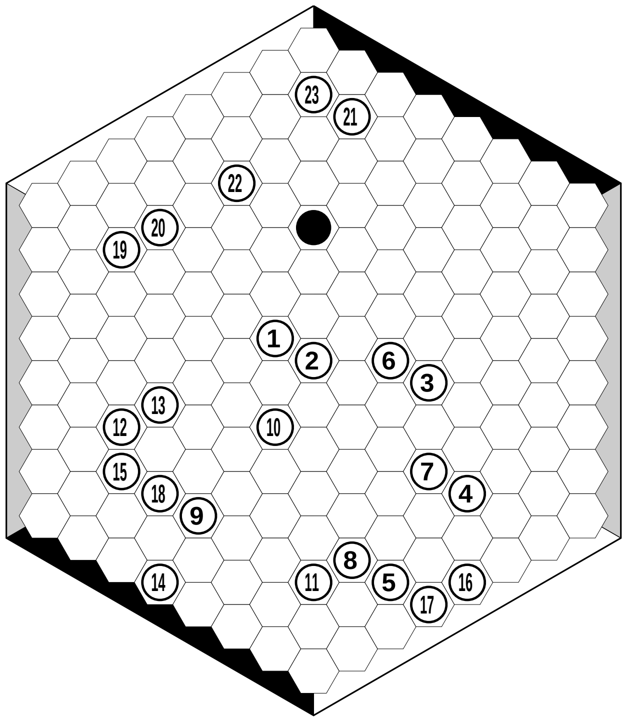
3. Se a peça se mover para um outro hexágono nos lados do tabuleiro, ganha o jogador que possui esse lado.

A regra PP aplica-se para evitar que um jogador mova a peça directamente para um dos lados do tabuleiro que não seja seu.

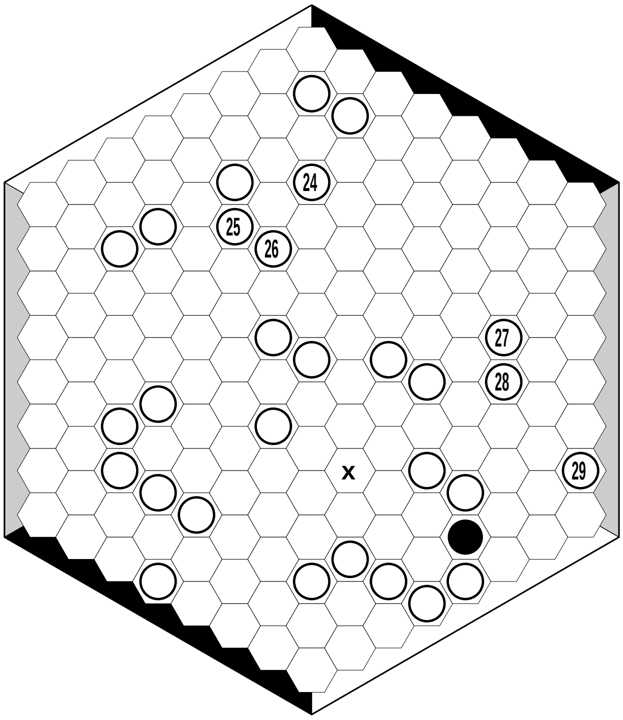
A dinâmica deste jogo assemelha-se à construção de um intricado labirinto de peças partilhadas para deslocar a peça neutra para um beco sem saída que garanta a vitória.

No exemplo seguinte, observamos o tabuleiro após o oitavo turno (começou o jogador Negro seguido pelo jogador Cinzento). A peça neutra começou no centro do tabuleiro (onde agora se encontra a peça 2). A jogada da peça 6 enviou a peça neutra para sul. A jogada 17 enviou a peça cinco hexágonos para noroeste. A jogada 18 enviou a peça cinco hexágonos para norte.

No fim do sexto turno, a peça neutra encontrava-se num sector diferente (a sudoeste), mas após duas jogadas mais longas (a jogada 17 e 18) mudou para o sector actual. Isto costuma ocorrer quando a densidade local de peças começa a aumentar.



Após mais três turnos:



Neste momento, as Brancas podem ganhar a partida largando uma peça no hexágono X para deslocar a peça para um dos seus lados do tabuleiro. A peça 29 do jogador Cinzento moveu a peça neutra na única direcção possível, não violando, por isso, a regra PP.

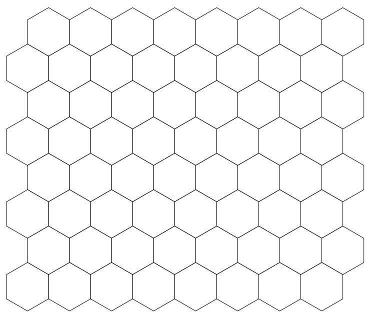
Tarefas desiguais

Uma das características intrigantes dos jogos para três jogadores é que não é necessariamente mau que alguns jogadores tenham tarefas mais complicadas que os restantes. Isto seria fatal num jogo para dois. O PPD garante que o jogador com a tarefa mais facilitada se veja numa situação de conflito com os outros dois.

Vejamos um exemplo deste tipo de jogos. Porus Torus é uma adaptação de um jogo para dois de Bill Taylor, onde cada jogador tem uma tarefa substancialmente diferente e de dificuldade progressiva.

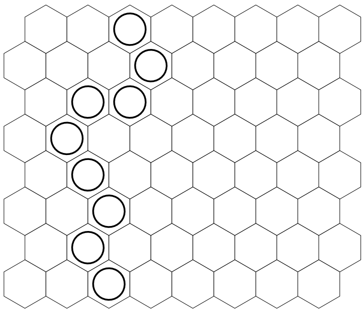
Porus Torus

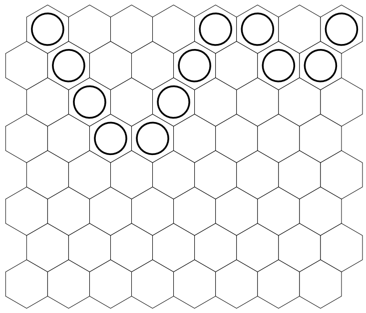
É um jogo de conexão sobre um toro (de formato rectangular) dividido em hexágonos. Neste tipo de tabuleiro, a última linha considera-se adjacente à primeira e a coluna da direita considera-se adjacente à da esquerda.

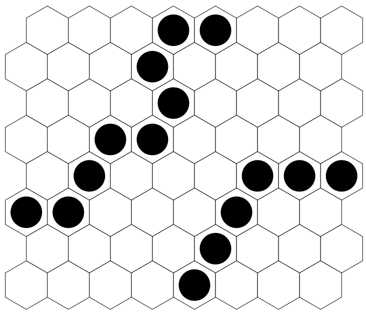


Da mesma forma que no Triskelion, cada um dos três jogadores larga peças em hexágonos vazios alternando peças brancas com negras. O objectivo é criar uma cadeia conexa de peças que executem um ciclo ao longo do toro.

Matematicamente, num toro existem apenas três tipos de ciclos: na vertical, na horizontal e em espiral. O facto mais interessante é que cada um destes ciclos exclui os outros. Em termos de cadeias de peças, um ciclo vertical impede a existência de um horizontal ou espiral (de cor diferente). Os três ciclos são exaustivos e mutualmente exclusivos. Esta é a propriedade-chave para um bom jogo de conexão (como vimos no jogo do Hex). Do mais fácil para o mais difícil, temos o ciclo vertical, horizontal e espiral (respectivos exemplos nos seguintes diagramas).







Sendo possível que dois ciclos diferentes da mesma cor sejam concluídos numa jogada, é incluída a regra que diz que, nesses casos, o jogador MOV vence se um desses ciclos for o seu (cumprindo o objectivo), senão PROX vence.

Regras

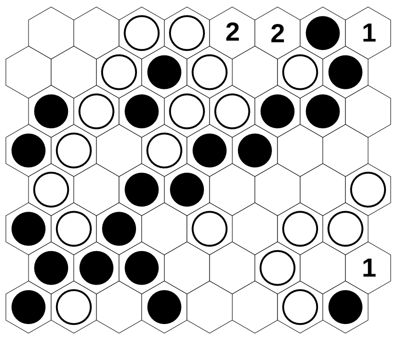
Os jogadores Vertical, Horizontal e Espiral, alternadamente, largam uma peça num hexágono vazio. A cor da peça tem de ser diferente da última peça largada. O jogo começa pelo jogador Vertical a largar uma peça negra.

Quando for atingido um ciclo (horizontal, vertical ou espiral) no tabuleiro, ganha o jogador que tenha como objectivo a concretização desse ciclo.

Se dois tipos de ciclos forem obtidos simultaneamente, MOV ganha se um desses ciclos for o seu. Senão ganha PROX.

A regra PP aplica-se.

No seguinte diagrama mostra-se uma partida ganha por Espiral, o jogador com a tarefa mais complicada:

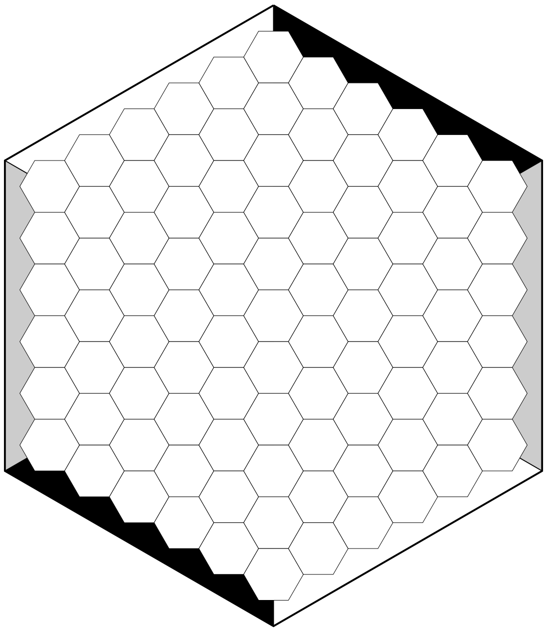


O jogador Espiral ganha porque existe um grupo de peças negras quase completo (faltam somente os hexágonos marcados com 1) e ainda existe um grupo de peças brancas também quase completo (faltam os hexágonos 2). A posição é de tal modo forte que os outros jogadores, mesmo agindo em conjunto, não o podem deter.

Jogos velhos em novos tabuleiros

Já foram feitas várias tentativas falhadas de estender o jogo do Hex para um tabuleiro hexagonal. O problema mais comum é como prevenir as situações de bloqueio mútuo que impedem o fim das partidas. Na variante que apresentaremos a seguir, quando um bloqueio ocorre, o jogador bloqueado é eliminado automaticamente. Quando dois jogadores são eliminados, vence o terceiro.

Hex para 3



Regras

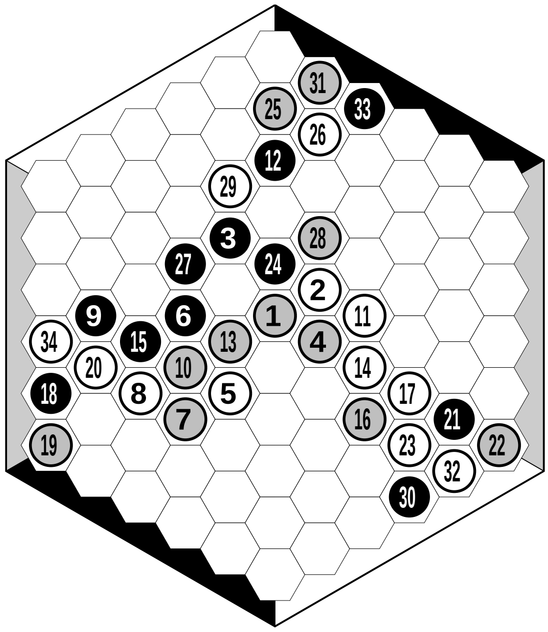
As regras do Hex são usadas, excepto:

Existem três jogadores (Branco, Cinzento e Negro) que em cada turno largam, sucessivamente, uma peça da sua respectiva cor num hexágono vazio.

Quando se torna impossível para um jogador ligar os seus dois lados do tabuleiro, ele é eliminado do jogo mas as suas peças não são retiradas.

Um jogador ganha se criar uma cadeia de peças da sua cor entre os seus dois lados ou se eliminar os dois adversários.

Podemos observar no diagrama seguinte uma partida vencida pelo jogador Branco (o primeiro a jogar foi o Cinzento, seguido do Branco e do Negro):



A peça 33 negra elimina o jogador Cinzento, que é incapaz de ligar os seus dois lados do tabuleiro. A jogada 34 é realizada pelo jogador Branco, que elimina por sua vez as Negras e vence a partida. O jogador Negro ficou em segundo lugar e o Cinzento em terceiro.

Este jogo é uma mistura de conexão e bloqueio. Os jogadores tendem a concentrar-se em manter o maior número de ligações entre os seus lados opostos para evitar a eliminação directa. É preciso não forçar uma corrida para a ligação dos lados, dado isso provocar resposta imediata dos adversários (temos o PPD a funcionar). A capacidade de bloqueio foi a solução que permitiu ao jogo ser interessante, que fora precisamente o problema que frustrara a maioria das tentativas anteriores. Com uma ligeira mudança de perspectiva, o problema tornou-se na solução.

Reversi para 3

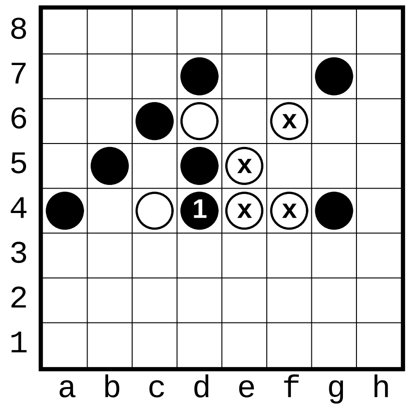
O Reversi é um jogo de tabuleiro com bastante sucesso comercial. As regras são simples:

1. Cada jogador, alternadamente, coloca uma peça da sua cor num quadrado vazio onde ocorram capturas;

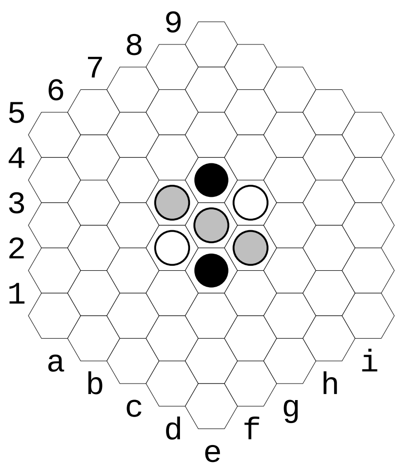
2. Todas as peças inimigas entre a peça recentemente colocada e outra da mesma cor (seja na horizontal, na vertical ou na diagonal) são capturadas e substituídas por peças aliadas;

3. Se um jogador não conseguir jogar, passa o turno.

No seguinte diagrama, foi largada a peça negra 1, provocando a captura e a substituição das peças brancas marcadas.



O Reversi pode ser transferido com sucesso para um tabuleiro hexagonal onde interagem três jogadores. Sugerimos a seguinte posição inicial:



Nesta variante, a meta-regra PP não se aplica, mas é aconselhável que exista uma regra que impeça um jogador de eliminar totalmente as peças de qualquer adversário (desde que tenha outras opções de jogadas). Isto previne o PPD de dois jogadores se aliarem para removerem totalmente as peças do terceiro.

Controlo dos turnos

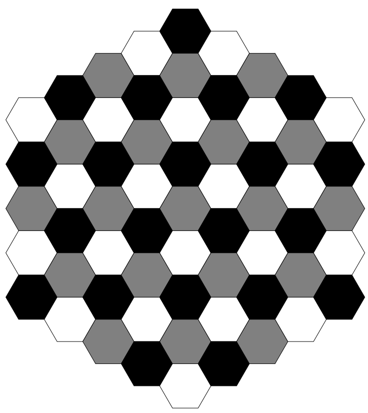
Por vezes num jogo a três quem joga antes do pior jogador pode sentir-se prejudicado pela ordem dos turnos, pois quem aproveita as piores jogadas é sistematicamente o outro. Uma forma de resolver esta situação é permitir que o jogador MOV decida quem é o PROX. Porém, esta capacidade tem o efeito perverso de aumentar o efeito de PPD ao ponto de uma aliança entre dois jogadores poder ditar que o terceiro deixa simplesmente de se mover. É necessário um mecanismo de compensação para o terceiro jogador.

Uma solução é aumentar a força do jogador que não é MOV nem PROX. Por exemplo, se o jogador A decide que B é o próximo, o jogador C recebe um prémio de consolação. Existe assim uma tensão entre o benefício de se mover (obter mobilidade) e de não se mover (obter recursos).

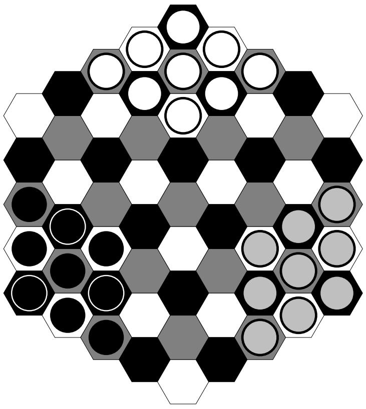
A nomeação do PROX também não deve ser totalmente arbitrária e deve estar dependente do tipo de jogada efectuada (para evitar um pouco o poder de escolha e dar algum controlo a cada jogador sobre os restantes). Com estas ideias, Cameron Browne criou Triad:

Triad

Jogado no seguinte tabuleiro hexagonal a três cores:



com a seguinte distribuição de peças:



Regras

Em cada turno, o jogador MOV deve mover uma peça em linha recta numa das seis direcções, através de um ou mais hexágonos vazios, até parar num hexágono vazio cuja cor seja diferente da da sua peça.

A cor desse hexágono define quem é o jogador PROX.

Todas as peças inimigas adjacentes à sua peça são capturadas.

O jogador é obrigado a capturar o maior número possível de peças. Se houver duas ou mais opções que maximizam a captura, o jogador pode escolher.

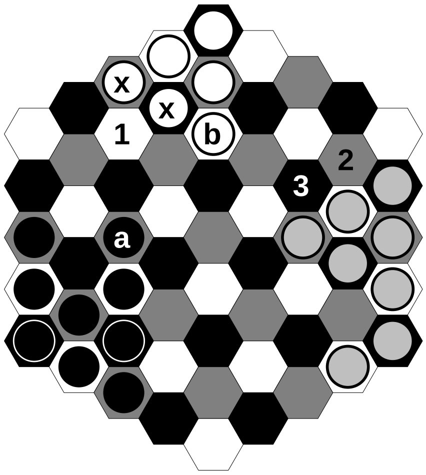
O jogador ainda deve colocar uma peça do terceiro jogador num hexágono vazio (de forma a compensá-lo por não jogar a seguir).

Objectivo

O jogo termina quando um dos jogadores for totalmente eliminado (i.e., quando não tiver peças no tabuleiro). Dos dois restantes, ganha quem tiver mais peças.

Se os restantes jogadores tiverem o mesmo número de peças, há um empate.

A regra da captura máxima permite um controlo extra sobre os restantes jogadores, pois é possível ao jogador MOV colocar a peça extra numa posição que obriga PROX a uma única jogada de forma a devolver-lhe o turno. O seguinte diagrama mostra um exemplo desta táctica.



São as Negras a jogar. Nesta posição são obrigadas a capturar duas peças (existem várias opções). As Negras escolheram mover a peça a para o hexágono 1 capturando duas peças brancas (marcadas com "x") sendo o próximo turno das Brancas (dado que o hexágono 1 é branco). Em seguida largam a peça cinzenta extra no hexágono 2. Com esta jogada, obrigam as Brancas a capturar três peças movendo a peça b para o hexágono 3, dando novamente a vez às Negras.

Extensões simples

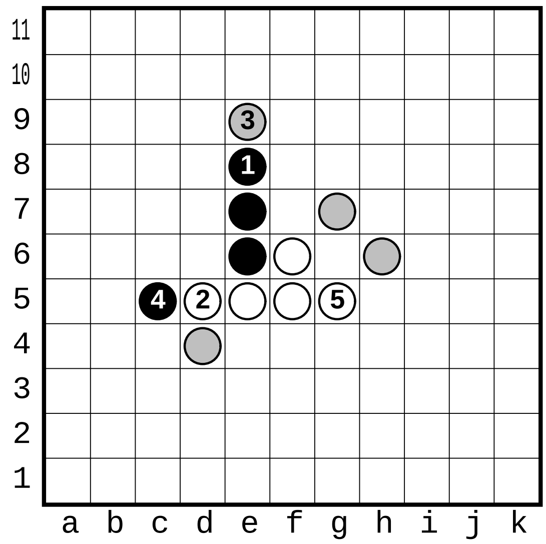
Alguns jogos são suficientemente flexíveis para serem interessantes com o acréscimo simples de mais um jogador, sem modificações estruturais de regras.

Gomoku para 3

Esta versão deste jogo (na versão para dois jogadores ganha quem conseguir um 5 em linha) desenrola-se num tabuleiro 19×19 onde os três jogadores, sucessivamente, colocam uma peça da sua cor. As Negras jogam em primeiro lugar seguidas das Brancas seguidas das Cinzentas. Ganha quem conseguir fazer um 4 em linha com as suas peças (na horizontal, na vertical ou na diagonal).

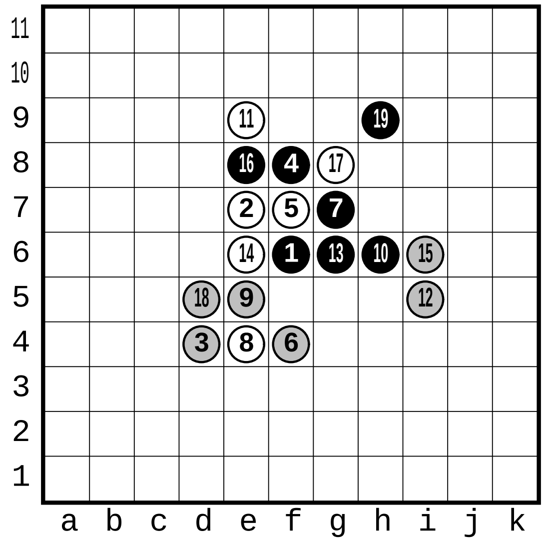
Este jogo necessita obrigatoriamente da meta-regra PP, que temos usado ao longo deste capítulo. A sua aplicação permite o uso de tácticas de bloqueio e de jogadas forçadas, que torna esta variante muito interessante.

O diagrama seguinte mostra um exemplo de aplicação da meta-regra. As Negras, ao jogarem a peça 1, dão o jogo à Brancas. Como? As Brancas podem jogar calmamente em 2, dado que são as Cinzentas que têm a obrigação de deter as Negras (pela meta-regra que diz ser proibido dar a vitória imediata ao jogador seguinte). Assim, as Brancas formam um três em linha aberto nas duas extremidades, que as Negras não conseguem deter (se jogam em 4, as Brancas ganham em 5).

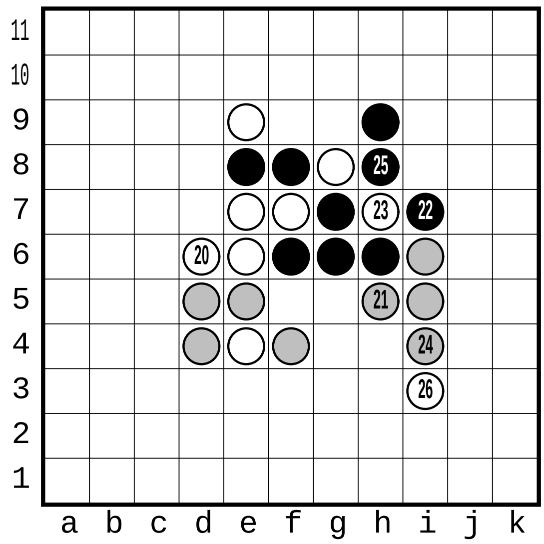


A implicação deste exemplo é ser normal um jogador manter o jogador seguinte ocupado a deter terceiras ameaças enquanto constrói a sua posição.

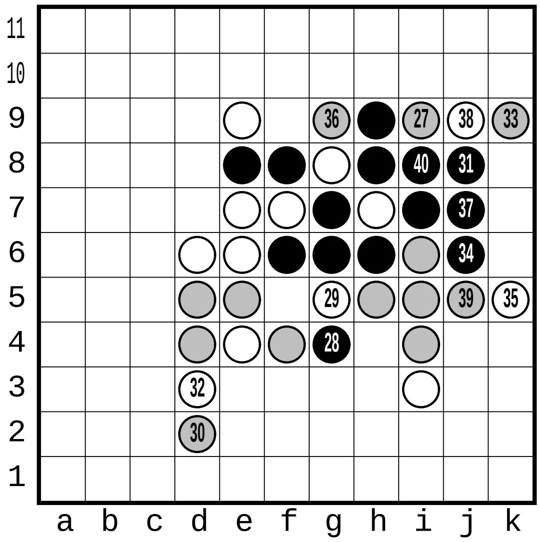
O seguinte exemplo de partida mostra a natureza rápida e agressiva deste jogo para três (utilizamos aqui tabuleiros 11×11 para poupar espaço):



Depois de uma sequência de jogadas forçadas (desde a peça 10), as Brancas têm de jogar em 20 para evitar um duplo 3 em linha aberto que daria uma vitória certa às Cinzentas (ver a continuação no diagrama seguinte).



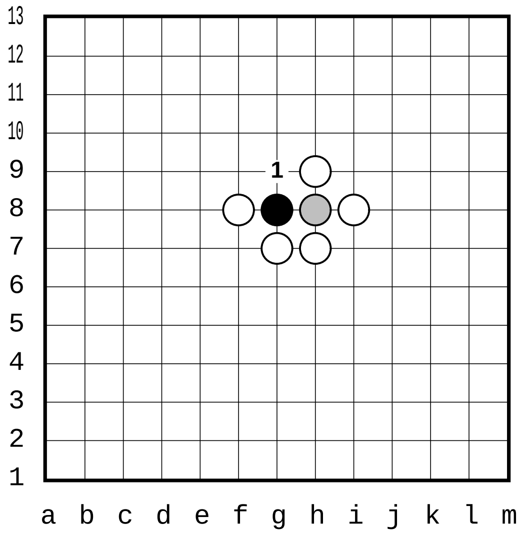
Nesta posição as Cinzentas têm de jogar a peça 27 porque a isso são obrigadas pela meta-regra (não podem dar a vitória imediata às Negras).



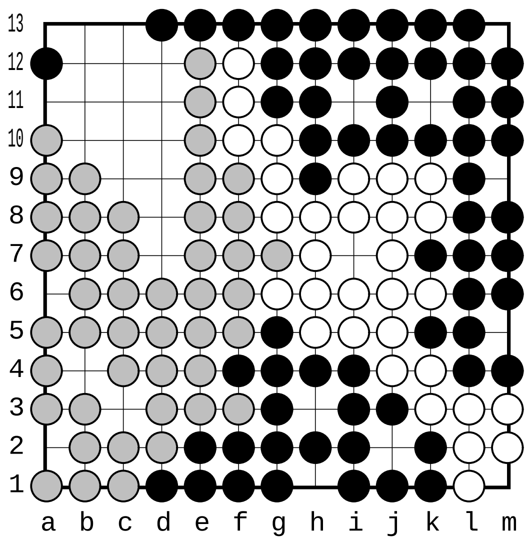
Neste último diagrama, a jogada 30 das Cinzentas foi infeliz porque exige às Brancas a futura jogada em 32, permitindo às Negras jogar em 31 e ganhar o jogo após uma sequência de movimentos forçados, para na peça 40 conseguir uma ameaça tripla (g10, k6 e k8) que não pode ser detida pelos dois adversários.

Gonexão para 3

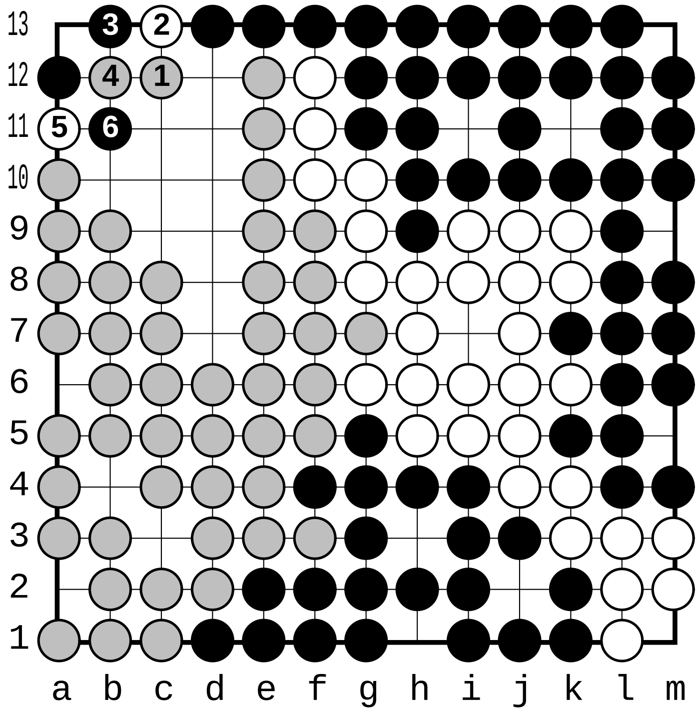
Gonexão (ver p. 77) para três jogadores introduz os conceitos de espaço e conexão num cenário multijogador. As regras são idênticas às do jogo original. Todas as peças sem liberdade são capturadas. Isto significa que uma jogada pode capturar peças dos dois adversários. No seguinte diagrama, se as Brancas jogarem em g9, capturam a peça negra e a peça cinzenta.



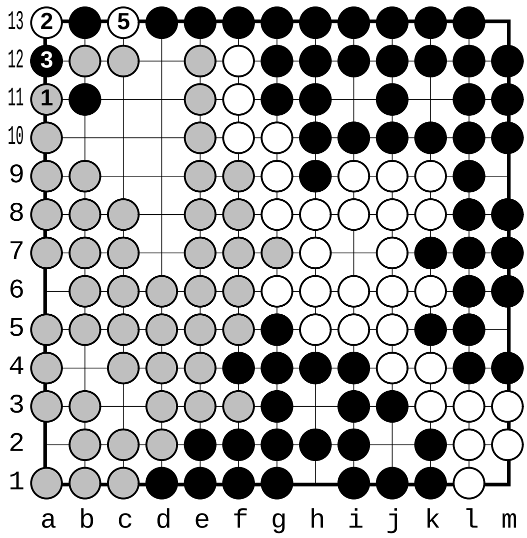
Para inibir o PPD de forma eficaz, substituímos a meta-regra PP pela seguinte: o jogador MOV é obrigado (se for possível) a capturar peças de PROX, senão é obrigado (se for possível) a capturar peças de OUTRO. Esta meta-regra disponibiliza algum controlo dos jogadores sobre os outros (dado as capturas serem obrigatórias), o que em certas posições pode resultar numa sequência forçada de turnos. Aqui está uma posição que antecede uma admirável sequência de jogadas forçadas. São as Cinzentas a jogar, seguidas das Brancas.



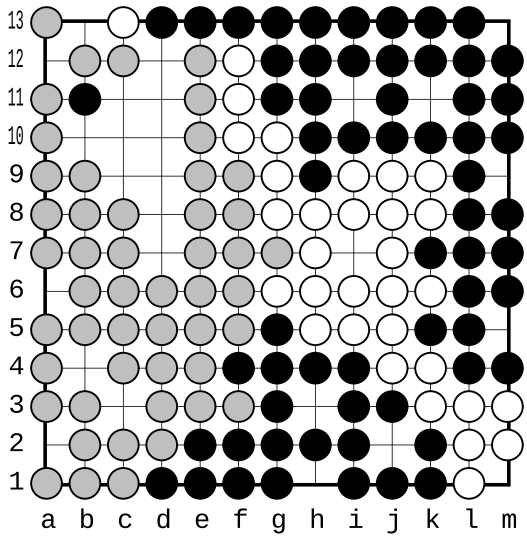
Nesta posição as Negras podem ainda vencer com uma conexão horizontal, enquanto as Cinzentas podem vencer através de uma ligação horizontal. As Brancas estão numa posição já desesperada. As Cinzentas continuam a partida em c12:



Peça 3 captura peça 2. Peça 6 captura 5. As jogadas 2 e 5 forçaram o jogador seguinte a capturar peças (nomeadamente peças brancas). A partir daqui todas as jogadas forçam o movimento do jogador seguinte!



A peça 2 captura a12. A peça 3 captura a peça 2 (a mesma intersecção onde é largada a peça 4 que captura a peça 3). A peça 5 captura b13. Obtemos assim o seguinte diagrama:



A partir desta posição, as Cinzentas já são demasiado fortes.

Mais jogadores

É evidente que estes jogos e muitos outros podem ser estendidos a quatro ou mais jogadores com maior ou menor sucesso. A maioria dos jogos comerciais é desenhada especificamente para grupos de 4, 5, 6 e até grupos maiores. Acreditamos que os jogos abstractos, como os descritos neste livro, podem ter um lugar no centro da mesa depois do jantar ou num fim-de-semana de chuva.

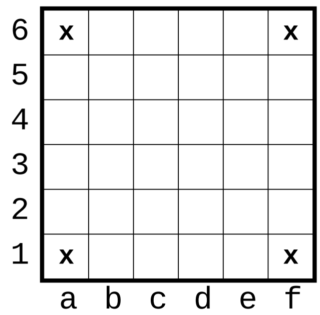
Alguns dos jogos descritos nesta secção não podem ser estendidos como o Triskelion, o Triad ou o Hex. Outros são naturalmente extensíveis a qualquer número de jogadores, desde que exista um tabuleiro suficiente grande, como o Gomoku, o Gonexão e o Reversi. O jogo Iqishiqi pode ser estendido até 6 pessoas. Outros jogos terão outras possibilidades e interesses. Deixamos à vossa imaginação atravessar as fronteiras deste mundo ainda por explorar.

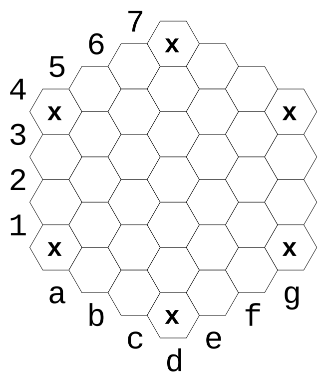
Chapter 5

Glossário

Adjacência — duas peças são adjacentes se partilham células ao lado uma da outra. As adjacências mais comuns em tabuleiros quadrados são ortogonais ou diagonais. Nos tabuleiros hexagonais, a adjacência é mais natural, pois não existe a distinção ortogonal/diagonal.

Cantos — posições particulares de um tabuleiro. Nos diagramas seguintes, são mostrados os cantos de um tabuleiro quadrado e hexagonal.

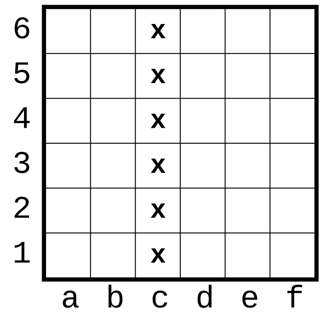




Captura — a apreensão de uma ou mais peças ao adversário. As regras de captura dependem das regras específicas de cada jogo. A notação para identificar a captura consiste em separar as células de origem e de destino de uma peça pelo símbolo ":". Assim, a2:b3 significa que a peça em a1 capturou a peça em b1.

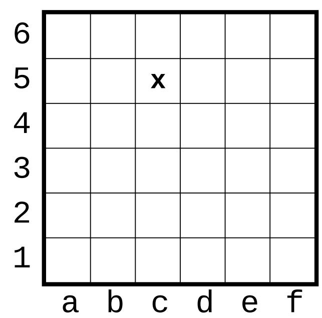
Célula — um ponto do tabuleiro. Por exemplo, um quadrado, um hexágono ou uma intersecção.

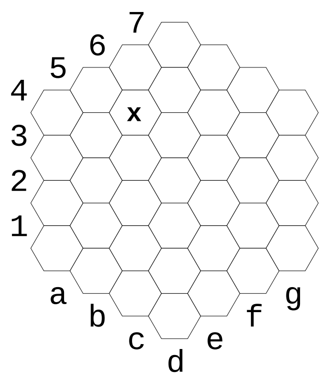
Coluna — uma linha vertical de quadrados num tabuleiro.



Conexão — duas peças estão conectadas a partir de um certo critério indicado nas regras do jogo. Por exemplo, a conexão mais comum é a adjacência; duas peças adjacentes estão conectadas entre si. Esta propriedade é usualmente transitiva, i.e., se a peça A está conectada com a peça B, e B está conectada com a peça C, então a peça A está conectada com a peça C.

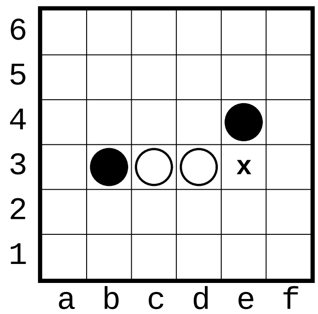
Coordenadas — uma forma de identificar cada célula do tabuleiro. Ao longo do livro são usados dois tipos de coordenadas diferentes, um para tabuleiro quadrados, outro para tabuleiros hexagonais. Para os tabuleiros quadrados usou-se a tradicional coordenada da linha (um número) e coluna (uma letra) usada no xadrez. Para os tabuleiros hexagonais, cada célula é identificada pela coluna (uma letra) e pela diagonal descendente (um número). Nos diagramas seguintes está marcada a célula c5.



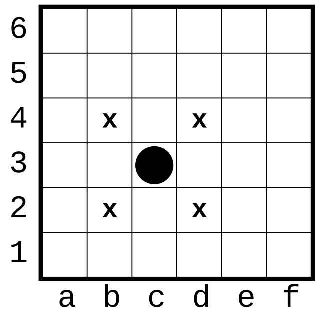


Cores — Na tradição do xadrez e do Go, as cores escolhidas para os dois jogadores são a Branca e a Negra. Quando for necessário o uso de peças neutras, ou de um terceiro jogador, é utilizado o tom Cinzento.

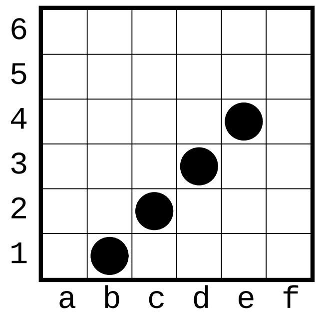
Custódia, Captura por — Quando uma peça se move para uma célula, formando uma linha de peças em que as extremidades são peças amigas e no meio estão peças inimigas, estas peças inimigas são capturadas. As regras do jogo em questão determinam o número exacto de peças inimigas que podem ser capturadas desta forma. No diagrama seguinte, a peça negra em e4 ao mover-se para e3 poderia (se as regras do jogo assim o permitirem) capturar as duas peças brancas por custódia.



Diagonal — em tabuleiros quadrados, os quadrados diagonais são aqueles que se tocam somente nos cantos e não nos lados.



Em linha — Um grupo de peças numa linha. No diagrama seguinte, observamos um 4 em linha.



Equilíbrio, Regra do — um protocolo inicial que permite o equilíbrio das primeiras jogadas de um jogo. Usualmente, esta regra é traduzida da seguinte forma: um jogador realiza N movimentos com ambas as peças (N costuma ser 1 ou 3) e o adversário escolhe a cor que prefere depois de observar como o tabuleiro ficou depois das N jogadas.

Estratégia — um plano orientador do desenrolar do jogo.

Exército — o conjunto de peças de um jogador.

Fim de jogo — parte final do desenrolar de um jogo; consiste nos últimos turnos.

Fim do jogo — posição última, a partir da qual já não se evolui.

Final de partida — ver “Fim de jogo”.

Forquilha — uma peça ataca simultaneamente mais que uma peça adversária. Também é utilizado para descrever um grupo em forma de Y.

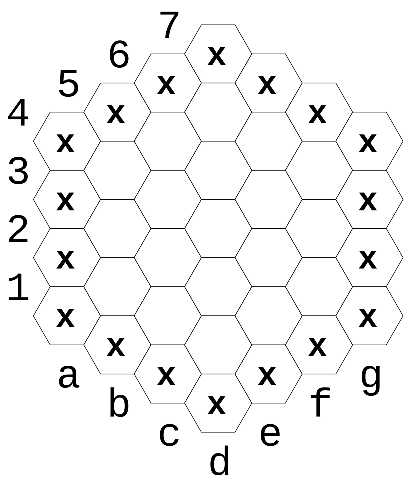
Grupo — um conjunto conexo de peças da mesma cor.

Isolada — uma peça está isolada quando não possui qualquer peça adjacente.

Ko — uma regra que impede que se repita a última ou penúltima posição do tabuleiro. Existe também a regra do super-Ko, que impede que se repita qualquer posição anterior do tabuleiro desde o começo da partida.

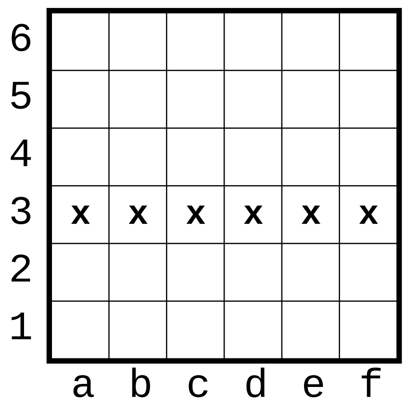
Lados — posições particulares de um tabuleiro. São as células que não são adjacentes a outras células em todas as direcções. Nos diagramas seguinte, são mostrados os lados de um tabuleiro quadrado e hexagonal.

6	x	x	x	x	x	x
5	x					x
4	x					x
3	x					x
2	x					x
1	x	x	x	x	x	x
	a	b	c	d	e	f



Liberdade — um grupo está liberto quando pelo menos uma das suas peças é adjacente a uma célula vazia.

Linha — uma linha horizontal de quadrados num tabuleiro.



n-uplo — conjunto ordenado de n números. Representam-se por

$$(x_1, \ldots, x_n)\,,$$

onde $x_1, \ldots, x_n$ são números. Os 2-uplos chamam-se pares ordenados.

Ortogonal — horizontal ou vertical.

Peça aliada ou amiga — uma das peças que pertencem ao jogador.

Peça inimiga — uma das peças que pertencem ao adversário.

Peça neutra — uma peça é neutra quando não é aliada ou inimiga.

Passar — um jogador passa quando não altera a sua posição no tabuleiro e devolve a vez ao adversário para continuar a jogar. É usual determinar o fim da partida quando ambos os jogadores passam consecutivamente.

Pie Rule — ver “Regra do equilíbrio”.

Precedência — dizer que um tipo de jogada X tem precedência sobre um tipo de jogada Y significa que, se for possível ao jogador executar uma jogada X, é ilegal executar uma Y.

Prisioneiros — peças capturadas ao adversário.

Punhal — um punhal é a capacidade de efectuar duas jogadas consecutivas. Não é permitido usar o punhal para efectuar a jogada de vitória. Dado ser um mecanismo muito poderoso, quando se usa o punhal é comum adicionar algumas restrições (por exemplo, não se pode usar o punhal duas vezes consecutivas).

Sacrifício — quando um jogador perde propositadamente material para ganhar vantagem a curto ou médio prazo.

Substituição, Captura por — Quando uma peça se desloca para a célula de uma peça inimiga, esta última é capturada. O jogo mais conhecido com este tipo de captura é o xadrez.

Suícidio — quando a peça usada pelo jogador é capturada na sua própria jogada.

Táctica — um tipo de jogada estudada com o intuito de ganhar vantagem local imediata.

Território — conjunto de células que pertencem a um jogador a partir de um determinado critério. Usualmente, este critério baseia-se no cerco dessas células por peças do jogador (e pelos lados do tabuleiro). Ver o jogo do Go para a definição tradicional de território.

Turno — Um par de jogadas: uma do primeiro jogador outra do segundo jogador. Cada partida se desenrola por turnos consecutivos.

Tweedledum e Tweedledee — Movimento táctico que consiste em imitar a última jogada do adversário (eventualmente noutra componente do jogo).

Vazia — uma célula está vazia se não estiver a ser ocupada por peças aliadas, inimigas ou neutras.

Vitória por bloqueio — Ganhar uma partida por impedir que o adversário tenha qualquer jogada legal.

Bibliography

[BTG] BELL, R. C., *Board and Table Games from Many Civilizations*, Dover, 1979.

[WW] BERLEKAMP, E. R., CONWAY, J. H., GUY, R. K., *Winning Ways*, A. K. Peters, 2001.

[FG] BINMORE, K., *Fun and Games*, D. C. Heath and Co., 1992.

[NGCMT] BOUTON, "Nim, a Game with Complete Mathematical Theory", *Annals of Mathematics,* Princeton (2) **3**, 1901/1902, pp. 35–39.

[CG] BROWNE, C., *Connection games*, A. K. Peters, 2004

[ONAG] CONWAY, J. H., *On Numbers and Games*, A. K. Peters, 2001.

[GAO] FALKENER, E., *Games Ancient and Oriental*, Dover, 1961.

[MUR] MURRAY, H. J. R., *A History of Board-Games other than Chess*, Oxford University Press, 1951.

[OHBG] PARLETT, D., *The Oxford History of Board Games*, Oxford University Press, 1999.

[GG] SACKSON, S., *A Gamut of Games*, Random House, 1969.

[JNS] SILVA, JORGE NUNO, "Jogórios", Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática, 40, Maio de 1999, pp. 57–68.